

Jiří Bajer

# Optika 2



První díl **Optika 1**  
na příloženém CD

[chlup.net](http://chlup.net)

Známý autor tří dílů vysokoškolských učebnic **Mechanika**, které již více jak deset let uvádí studenty přírodovědeckých a technických fakult i mnohé další vážné zájemce o fyziku do problematiky fyzikálních věd v rozsahu překračujícím hranice běžného vysokoškolského základního kurzu mechanika, ve své nové práci zpracovává optiku, oblast vědy, kterou studoval na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci a dalších více jak 30 let pak rozvíjel ve specializovaných oblastech výzkumu.

**Optika 2** navazuje na první díl **Optika 1**, který knižně vydala Univerzita Palackého v Olomouci v roce 2015 a jehož druhé vydání je na CD přiložené v pdf formě k této publikaci. Autorův induktivní výklad je pro čtenáře v mnohém inspirující. Po vyčerpání všech možností paprskové optiky přistupuje hned v první kapitole k vlnové optice a vysvětlení jevů, které paprsková optika objasnit nedokáže a teprve potom přechází k elektromagnetické teorii a následně ke kvantovým jevům, které nevysvětluje ani vlnová optika. Přístup, kdy čtenář postupně a ve shodě s historickým vývojem fyziky pracuje s pojmy paprsek, pružná vlna, elektromagnetická vlna a proud fotonů, umožňuje hlubší nahlédnutí a pochopení optiky. Optické jevy a zákony zkoumá z mnoha stran; nevede čtenáře jen direktivně ex post zavedenou deduktivní metodou rychle vedoucí k cíli, ale zkoumá jevy v jejich složitosti, časové návaznosti a vdechuje v nás údiv z poznání, který tvoří vědu vědou.

### Optika 1

- Paprsková optika
- Zobrazení paraxiálními paprsky
- Optické vady
- Optické zobrazovací přístroje

### Optika 2

- Vlnová optika
- Elektromagnetická optika
- Speciální teorie relativity
- Molekulová optika
- Fotonová optika



Na přiloženém CD jsou mimo první díl Bajerovy Optiky umístěny i další dvě knihy v pdf formátu: Fyzikální základy laserových dálkoměrů a gyroskopů R. Horáka a Fyzikální základy radaru J. Pospíšila.

*Autorem obrazu Mezi vlnami z roku 1898 na titulní straně knihy je ruský malíř arménského původu Ivan Ajvazovskij (1817–1900) uchvácený pohyby vln na mořské hladině.*

*Knihy vychází s laskavou podporou společnosti PRAMACOM-HT, spol. s r. o.*

ISBN 978-80-907098-0-5



9 788090 709805 >

Jiří Bajer

# OPTIKA 2

První vydání

Olomouc 2018

[chlup.net](http://chlup.net)

Recenzenti: prof. RNDr. Zdeněk Bouchal, Dr.  
doc. RNDr. Richard Horák, CSc.  
prof. RNDr. Zdeněk Hradil, CSc.

## KATALOGIZACE V KNIZE - NÁRODNÍ KNIHOVNA ČR

Bajer, Jiří

Optika 2 / Jiří Bajer. -- 1. vydání. -- Olomouc :

chlup.net, 2018. -- 512 stran

ISBN 978-80-907098-0-5

535 \* (075.8)

- optika

- učebnice vysokých škol

535 - Optika [6]

37.016 - Učební osnovy. Vyučovací předměty.

Učebnice [22]

Na přebalu obraz Ivana Ajvazovského *Mezi vlnami* z roku 1898

Vydavatelství Vladimír Chlup - chlup.net

nábř. Přemyslovců 12

779 00 Olomouc

chlup@chlup.net

www.chlup.net

výtiskla tiskárna Centa spol s r.o.

1. vydání

součástí knihy je CD-ROM s prvním dílem Optika 1

Copyright Jiří Bajer, 2018

ISBN 978-80-907098-0-5

# Obsah

## Předmluva

xiii

<b>1</b>	<b>Vlnová optika</b>	<b>1</b>
1.1	Úvod do vlnové optiky . . . . .	1
1.1.1	Hledání podstaty světla . . . . .	1
1.1.2	Huygensův princip . . . . .	3
1.1.3	Zákon odrazu . . . . .	6
1.1.4	Zákon lomu . . . . .	7
1.1.5	Ohyb vlnění, difrakce . . . . .	8
1.1.6	Christiaan Huygens . . . . .	9
1.2	Matematický popis světelných vln . . . . .	10
1.2.1	Vlnová rovnice . . . . .	10
1.2.2	Postupné vlny jako řešení vlnové rovnice . . . . .	10
1.2.3	Harmonické světelné vlny . . . . .	12
1.2.4	Monochromatické a polychromatické světlo . . . . .	13
1.2.5	Princip superpozice . . . . .	14
1.2.6	Interference vln . . . . .	14
1.2.7	Stojaté vlnění . . . . .	15
1.2.8	Intenzita světla . . . . .	16
1.2.9	Amplituda a intenzita interferenčního pole . . . . .	17
1.2.10	Vlny různých frekvencí . . . . .	18
1.2.11	Komplexní signál, komplexní amplituda a intenzita . . . . .	18
1.2.12	Skládání komplexních amplitud . . . . .	19
1.2.13	Helmholtzova rovnice a disperzní prostředí . . . . .	20
1.2.14	Geometrická optika jako důsledek vlnové rovnice . . . . .	21
1.2.15	Zánějová vlna . . . . .	22
1.2.16	Grupová rychlost . . . . .	23
1.2.17	Grupový index lomu geometricky . . . . .	24
1.3	Interference světla . . . . .	24
1.3.1	Youngův experiment . . . . .	25
1.3.2	Poznámka o vlivu šířky spektra na interferenci . . . . .	27
1.3.3	Viditelnost interferenčních proužků . . . . .	28
1.3.4	Základní interferenční experimenty . . . . .	28

1.3.5	Thomas Young . . . . .	30
1.3.6	Augustin-Jean Fresnel . . . . .	31
1.4	Interferenční pole, speciální případy . . . . .	32
1.4.1	Dvě střížené rovinné vlny . . . . .	32
1.4.2	Tři střížené rovinné vlny . . . . .	33
1.4.3	Interference $N$ rovinných vln souměrných kolem osy $z$ . . . . .	33
1.4.4	Rovinná a kulová vlna . . . . .	34
1.4.5	Dvě kulové vlny . . . . .	35
1.5	Interference na tenké vrstvě . . . . .	36
1.5.1	Poznámka ke koherenci . . . . .	36
1.5.2	Optická a geometrická dráha . . . . .	37
1.5.3	Interference na planparalelní vrstvě . . . . .	37
1.5.4	Interference na optickém klínu . . . . .	39
1.5.5	Newtonovy kroužky a Newtonova skla . . . . .	40
1.5.6	Mnohosvazková interference na tenké vrstvě . . . . .	42
1.6	Interferometrie . . . . .	44
1.6.1	Michelsonův interferometr . . . . .	44
1.6.2	Twyman-Greenův interferometr . . . . .	45
1.6.3	Mach-Zehnderův interferometr . . . . .	46
1.6.4	Sagnacův interferometr . . . . .	46
1.6.5	Fabry-Pérotův interferometr . . . . .	48
1.6.6	Lummer-Gehrckeho deska . . . . .	51
1.6.7	Měření vlnových délek . . . . .	51
1.7	Optické mřížky . . . . .	52
1.7.1	Lineární mřížka . . . . .	52
1.7.2	Rowlandova dutá mřížka . . . . .	55
1.7.3	Mřížka na tečný dopad . . . . .	55
1.7.4	Rozložení intenzity . . . . .	56
1.7.5	Rozlišovací schopnost lineární mřížky . . . . .	58
1.7.6	Plošná mřížka . . . . .	59
1.7.7	Prostorová mřížka . . . . .	62
1.7.8	Geometrický dodatek . . . . .	64
1.7.9	Echelon Michelsona . . . . .	65
1.8	Princip holografie . . . . .	67
1.9	Ohyb, Fresnelova aproximace . . . . .	70
1.9.1	Huygens-Fresnelův princip . . . . .	70
1.9.2	Fresnelova aproximace . . . . .	72
1.9.3	Ohyb na kruhovém otvoru . . . . .	73
1.9.4	Fresnelovy zóny . . . . .	75
1.9.5	Zónová destička . . . . .	76
1.9.6	Ohyb na štěrbině . . . . .	76
1.9.7	Matematický dodatek: Fresnelův integrál . . . . .	79
1.9.8	Ohyb na čtvercové desce . . . . .	80
1.10	Ohyb, Fraunhoferova aproximace . . . . .	80
1.10.1	Fraunhoferova aproximace . . . . .	80

1.10.2	Ohyb na šterbině . . . . .	81
1.10.3	Ohyb na šterbině elementárně . . . . .	83
1.10.4	Ohyb na obdélíkovém otvoru . . . . .	84
1.10.5	Ohyb na kruhovém otvoru, Airyho disk . . . . .	85
1.10.6	Rayleigho rozlišovací mez, dva nekoherentní body . . . . .	86
1.10.7	Sparrowova rozlišovací mez, dva nekoherentní body . . . . .	87
1.10.8	Odvození ohybu na kruhovém otvoru, matematický doplněk . . . . .	88
1.10.9	Ohyb na dvojici stejných otvorů . . . . .	90
1.10.10	Reálná mřížka, form-faktor . . . . .	91
1.10.11	Blejšovaná mřížka . . . . .	92
1.10.12	Babinetův princip . . . . .	93
1.10.13	Čerenkovovo záření . . . . .	94
1.10.14	Camera obscura . . . . .	96
1.11	Kirchhoffův integrál . . . . .	97
1.12	Optické svazky . . . . .	100
1.12.1	Gaussovský svazek . . . . .	100
1.12.2	Gaussovský svazek jako důsledek difrakce . . . . .	100
1.12.3	Intenzita a výkon gaussovského svazku . . . . .	103
1.12.4	Komplexní parametr svazku a transformace svazku čočkou . . . . .	103
1.12.5	Gaussovský svazek z paraxiální aproximace Helmholtzovy rovnice . . . . .	105
1.12.6	Gaussovský svazek ze sférické vlny . . . . .	106
1.12.7	Rezonátor s gaussovským svazkem . . . . .	107
1.12.8	Hermite-gaussovské a laguerre-gaussovské svazky . . . . .	109
1.12.9	Rezonanční podmínka . . . . .	110
1.12.10	Besselovské bezdifrakční svazky . . . . .	111
1.13	Fourierovská optika . . . . .	113
1.13.1	Prostorové spektrum . . . . .	113
1.13.2	Diracova delta funkce . . . . .	114
1.13.3	Amplitudová harmonická mřížka . . . . .	117
1.13.4	Transparentní destička . . . . .	117
1.13.5	Čočka jako fázový člen . . . . .	118
1.13.6	Fázová harmonická mřížka . . . . .	119
1.13.7	Talbotův jev . . . . .	120
1.13.8	Zobrazení čočkou . . . . .	121
1.13.9	Prostorová filtrace . . . . .	124
1.13.10	Bodová rozptylová funkce PSF . . . . .	125
1.13.11	Optická funkce přenosu OTF . . . . .	126
1.13.12	Matematická poznámka o konvoluci . . . . .	126
1.13.13	Strehlův poměr . . . . .	127
1.13.14	Funkce přenosu kontrastu MTF a fáze PhTF . . . . .	128
1.13.15	Soustava bez aberací . . . . .	129
1.13.16	Matematický dodatek 1 . . . . .	129
1.13.17	Matematický dodatek 2 . . . . .	130
1.13.18	Optická funkce přenosu z pupilové funkce . . . . .	131

1.13.19	Optická funkce přenosu kruhové pupily . . . . .	133
1.14	Koherence světla . . . . .	133
1.14.1	Nekoherentní skládání světla . . . . .	133
1.14.2	Youngův pokus . . . . .	134
1.14.3	Časová koherence, vliv spektra . . . . .	135
1.14.4	Fourierovská spektroskopie . . . . .	137
1.14.5	Prostorová koherence, vliv rozměrů zdroje . . . . .	138
1.14.6	Stupeň koherence obecně . . . . .	140
1.14.7	Prostorová koherence, van Cittert-Zernikova věta . . . . .	142
1.14.8	Michelsonův stelární interferometr . . . . .	144
1.15	Statistická optika . . . . .	145
1.15.1	Mikroskopický přístup . . . . .	145
1.15.2	Van Cittert-Zernikova věta . . . . .	146
1.15.3	Korelace intenzit, koherence druhého řádu . . . . .	147
1.15.4	Fluktuace intenzity . . . . .	149
1.15.5	Několik nezávislých zdrojů . . . . .	150
1.15.6	Shlukování světla (fotonů) . . . . .	151
1.15.7	Rozdělovací funkce intenzity . . . . .	152
1.15.8	Mandelova fotodetekční rovnice . . . . .	155
1.15.9	Krátký detekční interval . . . . .	156
1.15.10	Dlouhý detekční interval . . . . .	157
1.15.11	Dopplerovské rozšíření čáry (v laserech, molekulární optice) . . . . .	158
1.15.12	Binomické rozdělení . . . . .	159
1.15.13	Poissonovo rozdělení . . . . .	159
1.15.14	Odvození fotodetekční rovnice podruhé . . . . .	160
1.15.15	Spekl, koherenční zrnitost . . . . .	161
1.15.16	Speklová interferometrie a maskování speklu . . . . .	165
<b>2</b>	<b>Elektromagnetická optika</b>	<b>169</b>
2.1	Elektromagnetická podstata světla . . . . .	169
2.1.1	Vznik elektromagnetické optiky . . . . .	169
2.1.2	James Clerk Maxwell . . . . .	170
2.1.3	Maxwellovy rovnice . . . . .	171
2.1.4	Hraniční podmínky . . . . .	171
2.1.5	Elektromagnetická podstata světla . . . . .	172
2.1.6	Světlo v homogenním optickém prostředí . . . . .	174
2.1.7	Elektromagnetická vlna . . . . .	174
2.1.8	Disperzní anizotropní prostředí . . . . .	176
2.1.9	Hustota elektromagnetické energie . . . . .	177
2.1.10	Rovnice kontinuity . . . . .	178
2.1.11	Silové působení . . . . .	178
2.1.12	Zákon zachování elektromagnetické energie . . . . .	178
2.1.13	Hustota hybnosti a tlak světla . . . . .	181
2.1.14	Tlak světla a dokonalý vodič . . . . .	182
2.1.15	Zákon zachování hybnosti a Maxwellův tenzor napětí . . . . .	183



2.1.16	Tlak záření z Maxwellova tenzoru . . . . .	185
2.1.17	Tlak izotropního záření . . . . .	186
2.1.18	Skalární aproximace vlnové optiky . . . . .	187
2.1.19	Hustota energie v disperzním prostředí . . . . .	187
2.1.20	Odvození Brillouinova vzorce . . . . .	188
2.2	Detekce světla, co měří detektor . . . . .	190
2.2.1	Rychlé oscilace světla . . . . .	190
2.2.2	Poyntingův vektor a intenzita světla . . . . .	191
2.2.3	Wienerův experiment . . . . .	192
2.3	Optické jevy na rozhraní . . . . .	193
2.3.1	Podmínky spojitosti, hraniční podmínky . . . . .	193
2.3.2	Zákon odrazu a lomu . . . . .	194
2.3.3	Fresnelovy amplitudy . . . . .	195
2.3.4	Odrzivost a propustnost . . . . .	198
2.3.5	Zajímavé identity . . . . .	199
2.3.6	Brewsterův úhel . . . . .	200
2.3.7	Totální odraz . . . . .	201
2.3.8	Goos - Hänchenův jev . . . . .	204
2.3.9	Tunelování světla vzduchovou mezerou . . . . .	206
2.4	Polarizace světla . . . . .	208
2.4.1	Úvod do polarizace světla . . . . .	208
2.4.2	Polarizace světla a oko . . . . .	210
2.4.3	Polarizační elipsa . . . . .	210
2.4.4	Polarizace odrazem a lomem . . . . .	214
2.4.5	Odvození vzorce (2.14) . . . . .	215
2.4.6	Polarizace pomocí dichroismu . . . . .	216
2.4.7	Polarizace dvojlomem . . . . .	217
2.4.8	Chromatická polarizace, zkrřížené polarizátory . . . . .	218
2.4.9	Kompenzátory . . . . .	220
2.4.10	Vyšetření polarizačních vlastností světla . . . . .	222
2.4.11	Interference a polarizace . . . . .	222
2.4.12	Umělý dvojlom . . . . .	223
2.4.13	Optická aktivita . . . . .	224
2.4.14	Faradayův jev . . . . .	226
2.4.15	Optický izolátor . . . . .	227
2.4.16	Displej na bázi tekutých krystalů . . . . .	227
2.5	Maticový popis polarizace . . . . .	228
2.5.1	Algebra Jonesových matic a vektorů . . . . .	228
2.5.2	Rotace polarizačního prvku . . . . .	231
2.5.3	Polarizační matice . . . . .	232
2.5.4	Polarizační matice a částečně polarizované světlo . . . . .	233
2.5.5	Intenzita světla za analyzátozem . . . . .	235
2.5.6	Stupeň polarizace 2 . . . . .	236
2.5.7	Vlastní hodnoty polarizační matice . . . . .	237
2.5.8	Stokesovy parametry . . . . .	238

2.6	Prostorová disperze . . . . .	241
2.6.1	Prostorová disperze . . . . .	241
2.6.2	Disymetricky izotropní látka . . . . .	242
2.6.3	Optická aktivita . . . . .	243
2.6.4	Faradayův jev . . . . .	245
2.6.5	Optická pinzeta a optický šroubovák . . . . .	246
2.6.6	Moment hybnosti světla . . . . .	247
2.6.7	Spin a polarizace . . . . .	248
2.7	Optika kovů a tenké vrstvy . . . . .	251
2.7.1	Optika kovů . . . . .	251
2.7.2	Lom světla do kovu . . . . .	255
2.7.3	Kettelerovy vztahy . . . . .	256
2.7.4	Odrazivost kovů . . . . .	257
2.7.5	Reflexní kovová vrstva . . . . .	259
2.7.6	Antireflexní vrstvy . . . . .	259
2.7.7	Děliče, reflexní vrstvy, studená zrcadla . . . . .	261
2.7.8	Nástin teorie tenkých vrstev . . . . .	261
2.7.9	Jednoduché rozhraní . . . . .	264
2.7.10	Jednoduchá tenká vrstva . . . . .	264
2.7.11	Reflexní vrstva . . . . .	265
2.8	Optika krystalů . . . . .	266
2.8.1	Vztah elektrické intenzity a indukce . . . . .	266
2.8.2	Normálová plocha . . . . .	268
2.8.3	Indexová plocha a Descartova konstrukce . . . . .	271
2.8.4	Paprsková rychlost . . . . .	271
2.8.5	Paprsková plocha a Huygensova konstrukce . . . . .	273
2.8.6	Geometrie normálové a paprskové plochy . . . . .	274
2.8.7	Analogie mezi vlnami a paprsky . . . . .	275
2.8.8	Hustota elektrické a magnetické energie . . . . .	276
2.8.9	Kónický lom . . . . .	276
2.8.10	Fresnelův indexový elipsoid . . . . .	278
2.8.11	Fresnelův elipsoid paprskových rychlostí . . . . .	280
2.8.12	Jednoosý krystal, řádný a mimořádný paprsek . . . . .	281
2.8.13	Paprsková plocha a Huygensova konstrukce . . . . .	283
2.8.14	Fázová destička . . . . .	284
2.9	Optická vlákna a vlnovody . . . . .	285
2.9.1	Optická vlákna . . . . .	285
2.9.2	Numerická apertura a mezimódová disperze . . . . .	286
2.9.3	Gradientní vlákno . . . . .	287
2.9.4	Disperzní rovnice, planární vlnovod . . . . .	289
2.9.5	Planární zrcadlový vlnovod, TE a TM módy . . . . .	290
2.9.6	Fázová a grupová rychlost . . . . .	293
2.9.7	Planární dielektrický vlnovod, TE a TM módy . . . . .	293
2.9.8	Vazba mezi módy . . . . .	296
2.9.9	Gradientní vlákno . . . . .	298

<b>3</b>	<b>Speciální teorie relativity</b>	<b>301</b>
3.1	Experimenty, jež vedly ke vzniku teorie relativity . . . . .	301
3.1.1	Rychlost světla . . . . .	301
3.1.2	Éter a absolutní pohyb . . . . .	303
3.1.3	Aberace světla . . . . .	305
3.1.4	Aberace světla ve vodě . . . . .	307
3.1.5	Fizeaův experiment . . . . .	309
3.1.6	Michelson-Morleyho experiment . . . . .	310
3.1.7	Maxwellův efekt . . . . .	311
3.1.8	Hypotézy o éteru . . . . .	311
3.1.9	Balistická hypotéza . . . . .	312
3.1.10	Trouton-Nobleův experiment . . . . .	313
3.1.11	Lorentz-FitzGeraldova kontrakce . . . . .	314
3.1.12	Teoretické problémy . . . . .	314
3.1.13	Lorentzova transformace . . . . .	315
3.1.14	Kaufmannův experiment . . . . .	317
3.2	Teorie relativity . . . . .	318
3.2.1	Postuláty speciální teorie relativity . . . . .	319
3.2.2	Galileova transformace . . . . .	319
3.2.3	Ideální měřidlo, ideální hodiny, synchronizace hodin . . . . .	321
3.2.4	Současnost a souměstnost . . . . .	322
3.2.5	Dilatace času . . . . .	323
3.2.6	Zpomalení chodu hodin . . . . .	324
3.2.7	Rychlost světla jako maximální rychlost . . . . .	325
3.2.8	Paradox dvojčat . . . . .	325
3.2.9	Kontrakce délek, podélné rozměry . . . . .	326
3.2.10	Relativita pohledu . . . . .	326
3.2.11	Příčné rozměry . . . . .	327
3.2.12	Relativita současnosti . . . . .	328
3.2.13	Fotografování relativistických těles . . . . .	329
3.2.14	Dopplerův jev . . . . .	329
3.3	Lorentzova transformace . . . . .	331
3.3.1	Lorentzova transformace . . . . .	331
3.3.2	Transformace rychlosti . . . . .	333
3.3.3	Aberace světla . . . . .	335
3.3.4	Fresnelův strhávací koeficient . . . . .	336
3.3.5	Současnost, minulost a budoucnost . . . . .	337
3.3.6	Dilatace času . . . . .	339
3.3.7	Kontrakce délky . . . . .	339
3.3.8	Časoprostorový interval . . . . .	340
3.3.9	Další argumenty pro interval . . . . .	341
3.3.10	Interval jako invariant . . . . .	341
3.4	Sagnacův jev . . . . .	342
3.4.1	Čtvercový rezonátor . . . . .	343
3.4.2	Obecný rezonátor . . . . .	344

3.4.3	Vláknový gyroskop . . . . .	345
3.5	Relativistická dynamika . . . . .	346
3.5.1	Hybnost a hmotnost . . . . .	346
3.5.2	Síla a pohybová rovnice . . . . .	349
3.5.3	Působení stálé síly . . . . .	350
3.5.4	Energie . . . . .	352
3.5.5	Princip ekvivalence hmotnosti a energie . . . . .	353
3.5.6	Elementární odvození principu ekvivalence . . . . .	355
3.5.7	Poznámka o tlaku záření . . . . .	356
3.5.8	Vztah mezi energií a hybností . . . . .	357
3.5.9	Foton, částice s nulovou klidovou hmotností . . . . .	357
3.5.10	Náboj v elektrickém poli . . . . .	358
3.5.11	Náboj v magnetickém poli . . . . .	358
3.5.12	Srážka dvou stejných koulí . . . . .	359
3.5.13	Comptonův rozptyl (také ve fotonové optice) . . . . .	360
3.6	Transformace hmotnosti, energie a hybnosti . . . . .	361
3.6.1	Transformace hmotnosti a energie . . . . .	361
3.6.2	Transformace příčných složek hybnosti . . . . .	362
3.6.3	Transformace podélných složek hybnosti . . . . .	362
3.7	Minkowského časoprostor . . . . .	363
3.7.1	Čtyřvektory . . . . .	365
3.7.2	Fáze a vlnový čtyřvektor . . . . .	367
3.7.3	Dopplerův jev a aberace světla . . . . .	368
3.7.4	Index lomu a Dopplerův jev . . . . .	370
3.7.5	Fizeaův experiment . . . . .	371
3.7.6	Dalekohled a relativita . . . . .	371
3.7.7	Transformace elektrické a magnetické intenzity . . . . .	373
3.7.8	Maxwellovy rovnice kovariantně . . . . .	375
<b>4</b>	<b>Molekulová optika</b> . . . . .	<b>381</b>
4.1	Absorpce a disperze světla . . . . .	381
4.1.1	Klasická teorie absorpce . . . . .	381
4.1.2	Klasická teorie záření . . . . .	383
4.1.3	Tlak záření . . . . .	385
4.1.4	Klasická teorie disperze . . . . .	386
4.1.5	Fázové zpoždění jako příčina indexu lomu . . . . .	389
4.1.6	Clausius-Mossottiho rovnice . . . . .	391
4.1.7	Index lomu dielektrika a plazmatu . . . . .	392
4.1.8	Index lomu a odrazivost kovů . . . . .	394
4.1.9	Kramers-Kronigovy relace . . . . .	395
4.2	Rozptyl světla . . . . .	396
4.2.1	Rozptyl světla na volných elektronech . . . . .	396
4.2.2	Směrová charakteristika a polarizace nepolarizovaného světla . . . . .	398
4.2.3	Rozptyl světla na vázaných elektronech . . . . .	399
4.2.4	Součinitel rozptylu . . . . .	400

4.2.5	Rozptyl světla jako důsledek termálních fluktuací . . . . .	401
4.2.6	Rozptyl světla na sférické kapce . . . . .	403
4.3	Magnetooptické jevy . . . . .	405
4.3.1	Normální Zeemanův jev . . . . .	405
4.3.2	Kruhová disperze a Faradayův jev . . . . .	407
4.4	Nelineární optika . . . . .	409
4.4.1	Nelineární prostředí . . . . .	409
4.4.2	Metoda interakce rovinných vln . . . . .	411
4.4.3	Druhá harmonická . . . . .	412
4.4.4	Třetí harmonická a Kerrův jev . . . . .	414
4.4.5	Braggův rozptyl na akustické vlně . . . . .	416
<b>5</b>	<b>Fotonová optika</b> . . . . .	<b>421</b>
5.1	Světlo jako částice . . . . .	421
5.1.1	Rayleigh-Jeansův zákon . . . . .	421
5.1.2	Planckův zákon . . . . .	423
5.1.3	Fotoelektrický jev . . . . .	427
5.1.4	Foton . . . . .	429
5.1.5	Rozptyl světla elektronem . . . . .	431
5.1.6	Rozptyl rentgenovského záření, Comptonův rozptyl . . . . .	432
5.1.7	Comptonův jev jako důsledek Dopplerova jevu . . . . .	433
5.1.8	Tlak světla . . . . .	434
5.1.9	Dopplerův jev . . . . .	434
5.1.10	Odraz na pohybujícím se zrcadle . . . . .	436
5.1.11	Tlak světla na pohybující se zrcadlo . . . . .	438
5.1.12	Laserové chlazení atomů . . . . .	439
5.1.13	Čerenkovovo záření . . . . .	439
5.2	Luminiscence, LASER . . . . .	441
5.2.1	Bohrův model vodíkového atomu . . . . .	441
5.2.2	De Brogliho hypotéza . . . . .	442
5.2.3	Luminiscence . . . . .	443
5.2.4	Fluorescence a fosforescence . . . . .	444
5.2.5	Pokles luminiscence s časem . . . . .	446
5.2.6	Střední doba života a přirozená šířka čáry . . . . .	447
5.2.7	Rezonanční fluorescence . . . . .	447
5.2.8	Kombinační rozptyl, Ramanův rozptyl . . . . .	448
5.2.9	Klasická teorie spontánního Ramanova rozptylu . . . . .	449
5.2.10	Klasická teorie ramanovského zesílení . . . . .	450
5.2.11	Teplé a studené světlo . . . . .	452
5.2.12	Z historie osvětlování . . . . .	452
5.2.13	Einstein a stimulovaná emise . . . . .	454
5.2.14	Spektrální selektivita absorpce a emise světla . . . . .	458
5.2.15	Součinitel absorpce a teplota . . . . .	460
5.2.16	Saturace absorpce širokospektrálním buzením . . . . .	460
5.2.17	Saturace absorpce úzkospektrálním buzením . . . . .	461

5.2.18	Inverze populace a zesílení světla . . . . .	462
5.2.19	Profil zesílení a saturace pro homogenní a nehomogenní čáru . . . . .	466
5.2.20	Laser, práh generace . . . . .	469
5.2.21	Optimalizace propustnosti zrcadla . . . . .	470
5.2.22	Numerické odhady vybraných parametrů . . . . .	471
5.2.23	Relaxační kmity a oscilace laseru . . . . .	472
5.2.24	Módy rezonátoru . . . . .	472
5.2.25	Šířka čáry módu . . . . .	473
5.2.26	Módová selekce . . . . .	475
5.2.27	Impulzní lasery, spínání . . . . .	476
5.2.28	Z historie laseru . . . . .	479
5.3	Pár dodatků na závěr . . . . .	480
5.3.1	Semiklasická teorie Einsteinova $B$ koeficientu . . . . .	480
5.3.2	Přesnější teorie $B$ koeficientu . . . . .	482
5.3.3	Degenerační parametr . . . . .	484
5.3.4	Stabilita rezonátoru . . . . .	485
5.3.5	Dělič svazku a zákon zachování energie . . . . .	486
5.3.6	Princip reverzibility . . . . .	488
5.3.7	Obecnější odvození . . . . .	489
5.3.8	Rezonátor ze dvou zrcadel . . . . .	491

# Předmluva

## Předmluva k předmluvě

Krutá nemoc mi nedovoluje dokončit druhý díl učebnice optiky **Optika 2**, jak bych si přál. Protože však obsahuje mnoho téměř dokončených kapitol, v české literatuře nemajících analogii, dovoluji si vydat **Optiku 2** jako ne zcela dokončenou knihu, jejíž mnohé nedostatky a nedodělky mi laskavý čtenář, doufám, promine. Naopak pozorný čtenář tak trochu díky ní nahlédne do procesu, jak taková kniha vzniká, jak autor přemýšlí, jak si dělá poznámky, kam kterou část zařadit, jak se snaží vyhnout duplicitě témat a podobně.

V Olomouci dne 1. 12. 2017

Jiří Bajera

## Předmluva

**Optika 2** je druhá část učebnice optiky, která se zaměřuje na vlnovou optiku, elektromagnetickou optiku a základy kvantové optiky. Učebnice pokrývá úvodní kurz optiky se značným přesahem, takže je vhodná nejen pro studenty fyzikálních oborů.

Optika je dnes velmi rozsáhlá disciplína a existuje spousta učebnic optiky. Současní autoři se dnes přiklánějí spíše k deduktivnímu výkladu optiky, tj. začínají Maxwellovými rovnicemi, z nich vyvozují zákonitosti fyzikální, vlnové a nakonec i paprskové optiky. Já jsem se nakonec po dlouhém zvažování pro a proti přiklonil k časem prověřenému přístupu induktivnímu, tj. postupuji ve výkladu od jednoduššího ke složitějšímu, začínáme názornou paprskovou optikou, po vyčerpání všech možností paprskové optiky přejdeme k vlnové optice a vysvětlení jevů, které paprsková optika vysvětlit nedokáže, až nakonec dojdeme k elektromagnetické a kvantové optice, která popisuje jevy, které nedokáže objasnit vlnová optika. Světlo je tedy zprvu považováno za paprsek, později za jakousi pružnou vlnu, pak elektromagnetické záření až nakonec jako proud fotonů. Tento přístup považuji za vhodnější k hlubšímu pochopení optiky ve všech svých souvislostech a k uvědomění si historického kontextu optiky ve fyzice a vědě vůbec. Zda a jak se mi to povedlo, to už musí posoudit čtenář sám.

Interakci elektromagnetického pole s látkou popisujeme nejprve fenomenologicky, v molekulové optice chápáme látku jako molekuly a atomy a interakci světla

vysvětluje jako vzájemné ovlivnění molekul nebo jejich elektronů elektromagnetickým polem. Konečně částicový charakter světla popisuje kvantová optika, která umožňuje plně vysvětlit princip laseru nebo záření černého tělesa.

Závěrem bych velmi rád poděkoval svým kolegům a zároveň i prvním čtenářům této knihy, především dr. Vladimíru Chlupovi, prof. Zdeňkovi Bouchalovi a doc. Richardu Horákovi za cenné připomínky, náměty a doplňky.

V Olomouci dne 1. 10. 2016

Jiří Bajer



# Kapitola 1

## Vlnová optika

### 1.1 Úvod do vlnové optiky

#### 1.1.1 Hledání podstaty světla

Mnoho optických jevů a vlastností světla se dá jednoduše vysvětlit pomocí paprskové nebo geometrické optiky, tj. odvodit z Fermatova principu. Tomu odpovídá tzv. *korpuskulární představa* o světle jako o proudu malých částíček. Podle ní se světelné korpuskule šíří jako malé kulečnickové koule prostorem přímočaře nebo se odrážejí od zrcadel, případně lámou a procházejí do jiného opticky průhledného prostředí. Oko vnímá různé barvy světla jako důsledek různých velikostí a tvaru světelných korpuskulí.

Existují však jevy, které jsou v rozporu s představou světla jako paprsků či korpuskulí a svádějí spíše k domněnce, že světlo je druh vlnění. Jde především o jevy ohybové a interferenční. O **ohybu světla** hovoříme tehdy, když rozložení intenzity světla na stínítku, například po průchodu světla štěrbinou, nelze uspokojivě vysvětlit v rámci paprskové optiky. Podobně o **interferenci** světla hovoříme tehdy, když výsledná intenzita světla na stínítku není dána jako prostý součet dílčích intenzit.

Také jevy polarizační je možno nejsnáze vysvětlit pomocí představy, že světlo je příčné vlnění. Původní představa byla, že světlo je mechanické vlnění v pružném prostředí zvaném *éter*, které je všude kolem. Teprve až mnohem později roku 1886 ukázal JAMES CLERK MAXWELL, že světlo je vlnění elektromagnetické povahy a ne mechanické, éter však zůstal ve fyzice zachován vlastně až do vzniku teorie relativity, v níž ALBERT EINSTEIN vyvrátil roku 1905 jak představu éteru, tak absolutního pohybu, absolutního klidu i absolutního času.

Ohybové jevy a ohyb na mřížce poprvé popsali FRANCESCO MARIA GRIMALDI roku 1665 a ROBERT HOOKE roku 1672, jev správně pochopili jako důsledek vlnových vlastností světla. Také CHRISTIAAN HUYGENS byl přesvědčen o vlnové povaze světla, mechanismus šíření světla vysvětloval roku 1678 tak, že vlnoplocha světla vzniká složením elementárních sférických vln, které jsou vytvořeny rozkmitáním bodové řady, do níž vlnění před tím dorazilo. Huygens také teoreticky objasnil

dvojlom islandského vápence, který objevil roku 1669 RASMUS BARTHOLIN.

Významným stoupencem vlnové teorie ještě před Huygensem byl Hooke, který popsal to, co dnes známe jako Newtonovy kroužky, již roku 1664 nebo později v 18. století LEONHARD EULER. Přesto v 18. století nakonec převládla **korpuskulární teorie**, která se spojuje se jménem ISAACA NEWTONA a jeho autoritou. Není bez zajímavosti, že Newton byl znám tím, že *hypotézy nevymýšlí* a sám se jednoznačně k žádné z teorií světla nepřikláněl. Další pokrok v rozvoji vlnové teorie přinesly až práce THOMASE YOUNGA z roku 1801, který se nejprve zabýval zvukem a uvědomil si mnohé podobnosti mezi šířením zvuku a světla. Zavedl **princip superpozice** vln a pomocí něj dovedl vysvětlit optické interferenční jevy. Připomeňme klasický Youngův interferenční pokus z roku 1803: Světlo z jednoho zdroje dopadá na dvojštěrbinu a na stínítku se obě vlny vzájemně zesilují a zeslabují a vytvářejí interferenční obrazec – světlé a tmavé proužky. Když jednu ze štěrbin zacloníme, interference zmizí. Young také roku 1807 odhadl z Newtonových experimentálních dat, že vlnová délka červeného světla je asi 650 nm a fialového světla asi 440 nm.<sup>1</sup> Roku 1817 dospívá k názoru, že světlo je příčné a ne podélné vlnění jako zvuk a jak se dosud všeobecně soudilo. Teprve tím je umožněno řádné objasnění polarizačních jevů. Young je také zakladatelem trichromatické teorie barevného vidění, která spočívá v poznatku, že k plnému barevnému vidění stačí vnímat pouze tři barvy, modrou, zelenou a červenou. Mimochodem, studiem mýdlových bublin Young odhadl také velikost atomů a roku 1815 se výrazně zasloužil o rozluštění egyptských hieroglyfů na Rosettské desce.

Mezitím byly objeveny první polarizační jevy v optice, polarizace světla při odrazu (ÉTIENNE-LOUIS MALUS 1808) a lomu (Malus a JEAN-BAPTISTE BIOT 1811), úhel plné polarizace (DAVID BREWSTER 1815), umělý dvojlom ve stlačeném skle (Brewster 1815), dvouosé krystaly (Brewster 1815), stáčení roviny polarizace v křemenu (FRANÇOIS ARAGO 1811) a kapalinách (JEAN-BAPTISTE BIOT 1815), interference polarizovaných svazků (AUGUSTIN-JEAN FRESNEL, FRANÇOIS ARAGO 1816).

Vlnová teorie měla vážný problém s objasněním optických jevů souvisejících s polarizací světla, protože vycházela z předpokladu o jemném éteru, kterým se mohou šířit jen podélné vlny, podobně jako zvuk ve vzduchu. Představě o příčném charakteru světelných vln se zastánci vlnové optiky dlouho bránili, protože to vyžadovalo přisoudit éteru vlastnosti velmi tuhého prostředí, jehož všudypřítomnost by nebylo možno přehlížet ani mimo oblast optických jevů. Nic takového se však nepozorovalo. Soubor o korpuskulární či vlnovou povahu světla byl stále nerozhodný. Mezi významné stoupence korpuskulární teorie tehdy patřili například PIERRE-SIMON LAPLACE, SIMÉON-DENIS POISSON nebo JEAN-BAPTISTE BIOT.

Aby byla konečně rozhodnuta otázka, zda světlo je vlnění nebo proud korpuskulí a aby byly fyzikálně vysvětleny ohybové jevy, vypsala roku 1817 *Francouzská akademie věd* soutěž o řešení problému difrakce, kterého se nejlépe zhostil AUGUSTIN-JEAN FRESNEL. V letech 1816-1819 vypracoval teorii ohybu, která de-

<sup>1</sup>Podle Younga je vlnová délka nejčervenějšího světla slunečního spektra rovna 1/36 000 anglického palce (700 nm), nejfialovějšího světla 1/45 000 palce (560 nm) a žlutozelený střed spektra odpovídá vlnové délce 1/60 000 palce (420 nm).

finitivně nastolila vlnovou teorii světla a prakticky pohřbila starou korpuskulární teorii světla. Při obhajobě své teorie roku 1819 byl Fresnel zaskočen pohotovou otázkou SIMÉON-DENIS POISSONA. Podle Fresnelovy teorie měl vzniknout světlý kotouček nejen uprostřed ohybového obrazce na kruhovém otvoru, ale i uprostřed ohybového obrazce na kruhovém terčíku. Mělo by tak vzniknout světlé maximum i uprostřed temného stínu! Všem se v tu chvíli zdál tento závěr natolik paradoxní, že vážně zapochybovali o správnosti předkládané Fresnelovy difrakční teorie. Ovšem experiment brzy potvrdil jak správnost Poissonova postřehu, tak i celé Fresnelovy teorie. Experiment pohotově realizoval FRANÇOIS ARAGO, a proto se tato světlá skvrna někdy nazývá Aragova jindy Poissonova. Poznamenejme, že Fresnel zpočátku neznal Youngovy práce a všechny objevy musel uskutečnit zcela nezávisle, což byl vedlejší důsledek blokády Francie za napoleonských válek.

Později roku 1821 Fresnel objevil, stále na základě představy o světle jako o pružných mechanických vlnách v éteru, kvantitativní zákony odrazu a lomu světa na rozhraní (dnes známé jako Fresnelovy vzorce) a zákony šíření světla v dvouosých krystalech přijetím předpokladu o příčné povaze světelných vln. Tím objasnil teoreticky i podstatu optických polarizačních jevů. Připomeňme, že dvojlom u jednoosých krystalů matematicky objasnil již roku 1678 CHRISTIAAN HUYGENS.

Rovněž experimenty s optickými mřížkami a jejich použití ve spektroskopii, které prováděl od roku 1821 JOSEPH FRAUNHOFER, významně přispěly k vítězství vlnové teorie. Korpuskulární teorie světla byla kolem roku 1830 definitivně opuštěna a nahrazena vlnovou teorií. Konečné vítězství vlnové teorie světla bylo roku 1850 dovršeno experimentálním určením rychlosti světla ve vodě JEAN-BERNARD-LÉON FOUCAULTEM. Foucault tehdy přímým měřením dokázal, že se světlo ve vodě šíří pomaleji než ve vzduchu, tedy právě tak, jak předpovídá Huygensova vlnová teorie a přesně naopak, než to plyne z korpuskulární teorie světla.

### 1.1.2 Huygensův princip

Interferenční a ohybové jevy vedly k představě, že světlo je vlnění podobně jako zvuk nebo vlny na vodě, ovšem s mnohem kratší vlnovou délkou. Z analogie s těmito mechanickými vlnami vychází vlnová optika až do objevu elektromagnetických vln a nutno říci, že docela úspěšně. Světelná vlna se šíří homogenním prostorem konečnou rychlostí, kterou budeme značit písmenem  $c$ . Ve vakuu se šíří rychlostí  $c_0$ , v opticky hustějším prostředí se světlo šíří pomaleji  $c < c_0$ . Světelné vlny, podobně jako zvukové vlny nebo vlny na vodě, mohou interferovat, tj. vzájemně se zesilovat a zeslabovat.

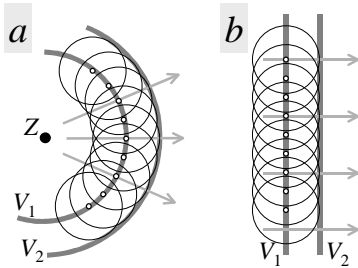
Prvním pokusem o objasnění mechanismu, kterým se světelné vlny šíří prostorem, byl princip, který zformuloval roku 1678 CHRISTIAAN HUYGENS. Popis tohoto principu je obsažen ve spise *Traité de la Lumière* (Pojednání o světle), který vyšel až roku 1690. Podle Huygense se pružné prostředí, v případě světla *světlonosný éter*, skládá z malých vzájemně propojených částic. Tyto se rozechvějí v okamžiku, kdy k nim dorazí světelná vlna, a stanou se zdrojem sekundárních elementárních sférických vlnek. Za čas  $\Delta t$  se každý elementární rozruch rozšíří do vzdálenosti  $r = c\Delta t$ , kde  $c$  značí rychlost šíření světelné vlny a  $r$  poloměr elementární sférické

vlny. Jednotlivé elementární vlny mají zdroje na čele (vlnoploše)  $V_1$  primární vlny. Složením všech těchto elementárních vlnek se výchylka vyruší všude, kromě obálky  $V_2$  sekundárních elementárních vlnek. Obálka pak tvoří novou vlnoplochu  $V_2$ .

Huygensův princip nepracuje s pojmem vlnové délky ani s časovou periodičností rozruchu. Pracuje jen s pojmem vlnoplochy (čela vlny) a rychlosti vlny. **Vlnoplocha** je Huygensem chápána názorně jako plocha v prostoru, kde částice éteru kmitají se stejnou (největší) amplitudou. Jde tedy o hřebeny nebo přímo čela světelných vln v prostoru. Vlnoplocha u Huygense často splývá s vlnou samotnou. Vlnoplochu si tak podle Huygense můžeme představit jako trojrozměnou analogii hřebenu vlny na moři. Přestože budeme od teď považovat světlo již výhradně za vlnění, použijeme občas i známý pojem **paprsku**, který budeme chápat jednoduše jako normálu k vlnoploše světelné vlny.

Stručně je možno **Huygensův princip** vyjádřit například takto:

Novou vlnoplochu  $V_2$  světelné vlny dostaneme jako obálku elementárních sférických vlnek, které vzniknou současným rozkmitáním částic éteru ležících na staré vlnoploše  $V_1$ .

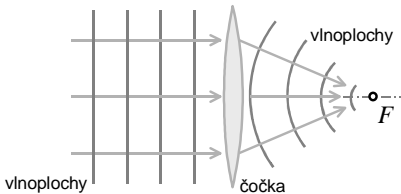



---

Vlnoplocha  $V_1$  se stává zdrojem elementárních sekundárních vlnek, jejichž složením vznikne nová vlnoplocha  $V_2$ . Takto si Huygens jednoduše představuje mechanismus šíření sférické (a) i rovinné světelné vlny (b).

---

Huygensův princip platí pro všechny typy vlnění a nejen pro světlo. I přes svoji značnou jednoduchost poskytuje velmi silný teoretický nástroj k pochopení mechanismu, jímž se vlny šíří prostorem. Z Huygensova principu je ihned zřejmé, proč rovinná vlna zůstává při šíření homogenním prostorem rovinnou vlnou a proč sférická vlna zůstává sférickou vlnou, byť se stále se zvětšujícím poloměrem  $R_2 = R_1 + c\Delta t$ .




---

Skleněná čočka transformuje světelnou rovinnou vlnu na konvergentní sférickou vlnu, paprsky se tedy scházejí v ohnisku  $F$  čočky.

---

V nehomogenním prostředí je rychlost šíření vlny v každém místě jiná, rovinná vlna se zde tedy deformuje a tomu odpovídající paprsky se ohýbají. Toho se běžně využívá v optice. Pokud rovinné světelné vlně vložíme do cesty skleněnou spojovou čočku, narušíme optickou homogenitu prostoru, protože ve skle se světlo šíří

### 1.2.14 Geometrická optika jako důsledek vlnové rovnice

Vlnová rovnice (1.1) je základním principem, na němž je možno vybudovat celou vlnovou optiku. Ukážeme, že vlnová rovnice v sobě obsahuje i geometrickou optiku jako limitní případ vln s velmi krátkými vlnovými délkami. Předpokládejme monochromatickou vlnu ve tvaru

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{ik_0W(\mathbf{r})},$$

zde  $A(\mathbf{r})$  značí amplitudu,  $k_0W(\mathbf{r})$  fázi vlny a  $k_0 = 2\pi/\lambda$  je vlnový vektor. Funkce  $W(\mathbf{r})$  se nazývá **eikonál** nebo **eikonálová funkce** a určuje geometrický tvar vlnoplochy. Dosadíme předpokládané řešení do Helmholtzovy rovnice

$$\nabla^2\mathcal{A} + k^2\mathcal{A} = \nabla^2\mathcal{A} + n^2k_0^2\mathcal{A} = 0$$

a po provedení naznačených derivací dostaneme komplexní rovnici

$$\nabla^2A + 2ik_0\nabla A\nabla W + ik_0A\nabla^2W - k_0^2\left(|\nabla W|^2 - n^2\right)A = 0.$$

Pokud se omezíme pouze na případ velmi krátkých vlnových délek, bude  $k_0 \gg |\nabla W|$  i  $k_0 \gg |\nabla A|$ , takže v Helmholtzově rovnici postačí ponechat pouze poslední člen, který je největší a ostatní zanedbat. Tak dostaneme podmínku

$$|\nabla W|^2 = n^2,$$

kteřá je z geometrické optiky známá jako **eikonálová rovnice**.

Eikonálová rovnice popisuje šíření světelné vlnoplochy v nehomogenním prostředí v aproximaci krátkých vlnových délek, tedy v aproximaci geometrické optiky. Vlnoplocha je určena rovnicí  $W(\mathbf{r}) = \text{konst}$ , tečný směr  $\mathbf{p}$  paprsku  $\mathbf{r}(s)$  je určen normálou vlnoplochy, tedy vektorem  $\nabla W$ , takže pro směr paprsku platí rovnice

$$\mathbf{p} = \frac{\nabla W}{|\nabla W|} \quad \text{neboli} \quad \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \frac{\nabla W}{n}. \quad (1.6)$$

Při úpravě druhé z rovnic jsme využili eikonálovou rovnici, podle níž je jmenovatel  $|\nabla W| = n$ . Pokud se nám podaří z této rovnice vyloučit eikonál  $W$ , dostaneme rovnici paprsku. To lze udělat například takto: Nejprve si všimněte, že derivace z gradientu eikonálu  $\nabla W$  podél dráhy paprsku  $s$  je rovna

$$\frac{d}{ds}\nabla W = \nabla(\nabla W) \cdot \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \nabla(\nabla W) \cdot \frac{\nabla W}{n} = \frac{\nabla|\nabla W|^2}{2n}.$$

S ohledem na eikonálovou rovnici lze pravou stranu dále upravit, a tak dostaneme výraz

$$\frac{d}{ds}\nabla W = \frac{\nabla(n^2)}{2n} = \nabla n,$$

kde již nevystupuje eikonál. Nyní je již zřejmé, proč rovnici pro směr paprsku (1.6) nejprve násobíme indexem lomu  $n$ , a teprve pak derivujeme podél paprsku  $s$ . Dostaneme tak hledanou **rovnici paprsku**

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \frac{d}{ds} \nabla W = \nabla n.$$

Mějme nyní dva body  $A$  a  $B$ , kterými prochází virtuální paprsek  $AB$ . Jeho **optická dráha** je z definice rovna křivkovému integrálu

$$l_{AB} = \int_A^B n ds.$$

**Lagrangeův integrální invariant** je definován z eikonálu předpisem

$$W_{AB} = \int_A^B \nabla W \cdot d\mathbf{r} = W_B - W_A,$$

nezávisí tedy na konkrétním paprsku, ale jen na poloze krajních bodů  $A, B$ . Současně platí

$$W_{AB} = \int_A^B \nabla W \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B |\nabla W| \cos \theta ds = \int_A^B n \cos \theta ds \leq \int_A^B n ds = l_{AB},$$

kde  $\theta$  je úhel mezi virtuálním paprskem a normálou vlnoplochy, tedy optická dráha  $l_{AB}$  virtuálního paprsku je vždy větší nebo rovna Lagrangeovu invariantu  $W_{AB}$ . Rovnost nastane pouze v případě  $\theta = 0$ , tedy pouze pro reálný paprsek, který se šíří stále kolmo na vlnoplochy a po nejkratší optické dráze (tj. za nejkratší čas). Dokázali jsme tak z vlnové optiky **Fermatův princip**, základní princip geometrické optiky.

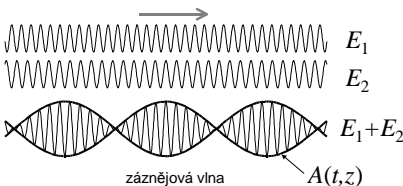
### 1.2.15 Zážnějová vlna

Uvažujme dvě vlny blízkých kmitočtů  $\omega_{1,2} = \omega \pm \Omega$ , jakož i podobných vlnových vektorů  $k_{1,2} = k \pm K$  a stejných amplitud  $A$ , platí tedy

$$E_1 = A \cos(\omega_1 t - k_1 z) \quad \text{a} \quad E_2 = A \cos(\omega_2 t - k_2 z).$$

Jejich složením dostaneme **zážnějovou vlnu**

$$E = 2A \cos(\Omega t - Kz) \cos(\omega t - kz) = A(t, z) \cos(\omega t - kz).$$




---

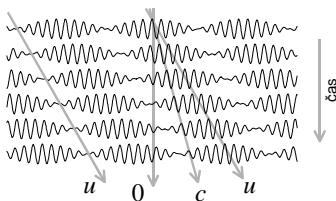
Složením dvou postupných vln  $E_1$  a  $E_2$  blízkých frekvencí a vlnových čísel dostaneme zážnějovou vlnu  $E = E_1 + E_2$  s harmonicky promodulovanou amplitudou  $A(t, z)$ .

---

Tato vlna se šíří opět směrem osy  $z$  jako harmonická postupná vlna, její amplituda je však modulovaná harmonickou funkcí

$$A(t, z) = 2A \cos(\Omega t - Kz).$$

Zatímco fáze vlny se šíří nadále rychlostí světla  $c = \omega/k$ , amplituda a energie se šíří obecně rychlostí  $u = \Omega/K = \Delta\omega/\Delta k$ , která je současně rychlostí pohybu samotné obálky  $A(t, z)$  záznejové vlny a nazývá se **grupová rychlost**. Obě tyto rychlosti jsou v disperzním prostředí obecně různé  $u \neq c$  a musíme je rozlišovat. Chceme-li zdůraznit, že hovoříme o první z obou rychlostí světla  $c = \omega/k$ , nazýváme ji raději **fázová rychlost světla**.




---

Šest snímků stejné záznejové vlny v různých časech, zřetelně vidíme odlišnou rychlost  $c$  pohybu stejné fáze vlny a jinou rychlost  $u$  pohybu lokálního maxima případně minima záznejové vlny.

---

### 1.2.16 Grupová rychlost

Vlivem disperze je nutno rozlišovat rychlost šíření fáze světelné vlny a rychlost šíření amplitudy nebo energie světelné vlny. První rychlosti se říká **fázová rychlost** a je definována obecně pro všechna vlnění vztahem  $c = \omega/k$ . Druhé rychlosti se říká **grupová rychlost** a je definována obvykle předpisem  $u = d\omega/dk$ . Pro **vlnový vektor**  $k$  a úhlový kmitočet  $\omega$  přitom z Helmholtzovy rovnice platí

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega n}{c_0},$$

kde  $c$  značí rychlost světla,  $c_0$  rychlost světla ve vakuu a  $n$  index lomu, přitom index lomu je funkcí kmitočtu  $\omega$  nebo vlnové délky  $\lambda$  (měřené ve vakuu), které jsou svázány definičním vztahem

$$\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda}.$$

Derivací prvního z těchto vztahů podle  $\omega$  máme

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left( \frac{\omega n}{c_0} \right) = \frac{n}{c_0} + \frac{\omega}{c_0} \frac{dn}{d\omega} = \frac{n}{c_0} - \frac{\lambda}{c_0} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{1}{c_0} \left( n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right),$$

neboť platí  $d\omega/\omega = -d\lambda/\lambda$  jako důsledek relace  $\omega = 2\pi c_0/\lambda$ . Odtud je grupová rychlost

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c_0}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}$$

a **grupový index lomu světla**

$$n_g = \frac{c_0}{u} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}.$$

Vidíme tedy, že pro **normální disperzi**  $dn/d\lambda < 0$  je grupový index lomu větší než fázový index lomu  $n_g > n$  (grupová rychlost je menší než fázová rychlost  $u < c$ ) a pro **anomální disperzi**  $dn/d\lambda > 0$  je tomu naopak  $n_g < n$  (grupová rychlost je větší než fázová rychlost  $u > c$ ).

### 1.2.17 Grupový index lomu geometricky

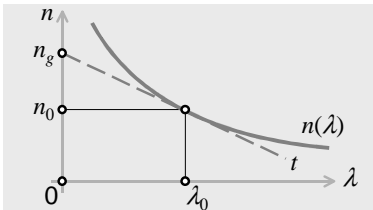
Pokud zobrazíme **disperzní křivku**  $n(\lambda)$ , pak grupový index lomu  $n_g$  odpovídající vlnové délce  $\lambda_0$  je roven vertikální souřadnici bodu, ve kterém tečna  $t$  disperzní křivky  $n(\lambda)$  procházející bodem  $[\lambda_0, n_0]$  protne vertikální osu  $n$ . Skutečně, tečna disperzní křivky  $n = n(\lambda)$  v obecném bodě  $\lambda_0$  má rovnici

$$n = n_0 + \frac{dn}{d\lambda_0} (\lambda - \lambda_0)$$

a vertikální osu  $\lambda = 0$  protne v bodě

$$n(0) = n_0 - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} = n_g,$$

což je právě velikost grupového indexu lomu  $n_g$ , viz obrázek.




---

Grupový index lomu  $n_g$  odpovídající vlnové délce  $\lambda_0$  se najde graficky jako průsečík tečny  $t$  disperzní křivky  $n(\lambda)$  v bodě  $\lambda_0$  s vertikální osou  $n$ . Zde  $n_0$  značí běžný fázový index lomu pro  $\lambda_0$ .

---

## 1.3 Interference světla

Pokud posvítíme na stejné místo dvěma kapesními svítilnami o intenzitách  $I_1$  a  $I_2$ , očekáváme, že toto místo bude osvětleno výslednou intenzitou  $I = I_1 + I_2$ . Není-li tato podmínka splněna, tj. když výsledná intenzita světla není dána jako prostý součet dílčích intenzit  $I_1$  a  $I_2$ , hovoříme o **interferenci světla**. Výsledná intenzita světla  $I$  je pak často modulována jako světlé a tmavé proužky nebo kroužky, obecně jako **interferenční obrazec**. Člen, o který se intenzity  $I$  a  $I_1 + I_2$  vzájemně liší, se nazývá **interferenční člen**.

Interferenční jevy je možno vysvětlit podobně jako u mechanického vlnění předpokladem, že se aritmeticky skládají okamžité výchylky světla

$$E = E_1 + E_2$$



spojitosti normálových složek elektrické a magnetické indukce

$$D_n = D'_n \quad \text{a} \quad B_n = B'_n$$

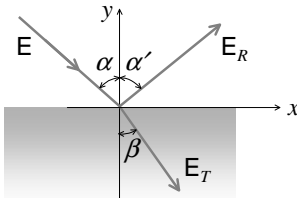
a dále podmínky spojitosti tečných složek elektrické i magnetické intenzity

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}'_t \quad \text{a} \quad \mathbf{H}_t = \mathbf{H}'_t.$$

Dohromady jde o šest skalárních rovnic.

### 2.3.2 Zákon odrazu a lomu

Nejprve odvodíme zákon odrazu a lomu z elektromagnetické teorie světla. Uvažujme rovinnou elektromagnetickou vlnu dopadající z vakua do prostředí s indexem lomu  $n$  (následující úvahy a vzorce platí i pro dvě obecná prostředí, pak ovšem  $n$  představuje relativní index lomu  $n = n_2/n_1$ , který může být menší než 1) pod úhlem  $\alpha$ , vlna se částečně odráží pod úhlem  $\alpha'$  a částečně láme do druhého prostředí pod úhlem  $\beta$ . Budeme předpokládat, že tyto úhly neznáme a ukážeme, že z podmínek spojitosti elektrických intenzit plynou i zákony odrazu a lomu. Označíme symbolem  $\mathbf{E}$  amplitudu rovinné elektromagnetické vlny dopadající na rozhraní, odražená vlna necht' má amplitudu  $\mathbf{E}_R$  a prošlá vlna amplitudu  $\mathbf{E}_T$ .




---

Ilustrace k odvození zákona odrazu a lomu, paprsek dopadá pod úhlem  $\alpha$  na rozhraní s indexem lomu  $n$  a částečně se odráží pod úhlem  $\alpha'$  a částečně láme pod úhlem  $\beta$ .

---

Necht' osa  $y$  představuje normálu rozhraní (kolmice dopadu) a rovina  $xz$  definuje rozhraní obou prostředí. V tom případě lze dopadající rovinnou harmonickou vlnu popsat výrazem

$$\mathbf{E} \exp [i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] = \mathbf{E} \exp [i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)].$$

Podobně popíšeme odraženou vlnu výrazem

$$\mathbf{E}_R \exp [i(\omega_R t - \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r})]$$

a lomenou vlnu výrazem

$$\mathbf{E}_T \exp [i(\omega_T t - \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r})].$$

Dosadíme-li tyto tři výrazy do jedné z hraničních podmínek, zvolme například podmínku stejných tečných složek elektrické intenzity

$$E_x = E'_x,$$

dostaneme z ní pro rozhraní  $y = 0$  podmínku

$$\begin{aligned} & E_x \exp [i (\omega t - k_x x - k_z z)] + E_{R_x} \exp [i (\omega_R t - k_{R_x} x - k_{R_z} z)] \\ &= E_{T_x} \exp [i (\omega_T t - k_{T_x} x - k_{T_z} z)], \end{aligned}$$

kteřá musí být splněna pro všechny body rozhraní a všechny časy, tedy pro všechna  $x, z$  a  $t$ . To lze splnit jen tehdy, když budou všechny tři exponenty stejné, odtud hned máme **frekvenční podmínku**

$$\omega = \omega_R = \omega_T$$

a podmínku stejných tečných složek vlnového vektoru

$$k_x = k_{R_x} = k_{T_x} \quad \text{a} \quad k_z = k_{R_z} = k_{T_z}.$$

Z první frekvenční podmínky je zřejmé, že frekvence světla se odrazem ani lomem na rozhraní nemění a není nutno je dále rozlišovat indexem  $R$  a  $T$ . Ze druhé podmínky stejných tečných složek vlnového vektoru je zřejmé, že odražený i lomený paprsek zůstávají v rovině dopadu určené normálou rozhraní a dopadajícím paprskem. Pokud zvolíme osu  $x$  vhodně tak, aby ležela v rovině dopadu, můžeme podmínku  $k_x = k_{R_x} = k_{T_x}$  přepsat pomocí úhlu dopadu  $\alpha$ , odrazu  $\alpha'$  a lomu  $\beta$  do tvaru

$$k \sin \alpha = k_R \sin \alpha' = k_T \sin \beta.$$

Protože pro vlnový vektor platí  $k = \omega/c = n\omega/c_0$ , plyne ze druhé podmínky soustava rovnic

$$\sin \alpha = \sin \alpha' = n \sin \beta,$$

z nichž první představuje **zákon odrazu**  $\alpha = \alpha'$  a druhá **zákon lomu**  $\sin \alpha = n \sin \beta$  na dielektrickém rozhraní.

### 2.3.3 Fresnelovy amplitudy

Pokud tyto podmínky splníme, zbude z hraniční podmínky rovnice svazující tečné složky amplitud elektrické intenzity

$$E_x + E_{R_x} = E_{T_x}.$$

Protože máme dvě nové vlny ( $R$  odraženou a  $T$  prošlou) neznámé amplitudy, musíme přidat ještě jednu rovnici. Nabízí se podmínka spojitosti

$$H_y + H_{R_y} = H_{T_y}.$$

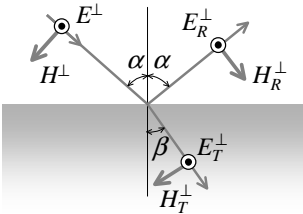
pro magnetickou intenzitu. Z Maxwellových rovnic přitom plyne, že vektor magnetické intenzity  $\mathbf{H}$  rovinné vlny je úměrný vektoru elektrické intenzity  $\mathbf{E}$  a je k němu kolmý. Přesný směr vektoru  $\mathbf{H}$  se najde z rovnice

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E},$$

tj. vektory  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  tvoří pravotočivou trojici vektorů podobně jako souřadné osy  $x, y, z$ . Všimněte si také, že velikost vektoru  $\mathbf{H}$  je úměrná indexu lomu, neboť platí

$$H = \frac{1}{\mu\omega} kE = \frac{E}{\mu c} = n \frac{E}{\mu c_0}. \quad (2.9)$$

Zatím jsme nezmínili jednu důležitou věc, která komplikuje nalezení amplitud odražené a prošlé vlny. Amplitudy  $\mathbf{E}_R$  a  $\mathbf{E}_T$  závisí na typu polarizace dopadající vlny, musíme proto rozdělit dopadající vlnu  $\mathbf{E}$  na rovnoběžnou  $E^\parallel$  a kolmou složku  $E^\perp$  a vyšetřit chování na rozhraní každé složky zvlášť. Rovnoběžná složka  $E^\parallel$  kmitá v rovině dopadu, zatímco kolmá složka  $E^\perp$  kmitá v rovině kolmé k rovině dopadu.




---

Fresnelovy amplitudy pro kolmou polarizaci  $E^\perp$  a  $H^\perp$ , to zároveň odpovídá transverzálně-elektrickému poli zkratkou TE poli.

---

Uvažujme tedy nejprve **kolmou složku** vektoru  $\mathbf{E}$ , příslušný vektor  $\mathbf{H}$  je pak naopak polarizován rovnoběžně. Na rozhraní proto platí podmínka

$$E^\perp + E_R^\perp = E_T^\perp$$

a  $H \cos \alpha - H_R \cos \alpha = H_T \cos \beta$  neboli vzhledem k (2.9)

$$(E^\perp - E_R^\perp) \cos \alpha = n E_T^\perp \cos \beta.$$

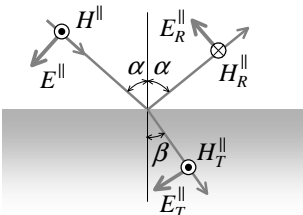
Máme tedy dvě rovnice pro dvě neznámé amplitudy  $E_R^\perp$  a  $E_T^\perp$ , jejich řešením snadno najdeme

$$E_R^\perp = E^\perp \frac{\cos \alpha - n \cos \beta}{\cos \alpha + n \cos \beta} = -E^\perp \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

a

$$E_T^\perp = E^\perp \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha + n \cos \beta} = E^\perp \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

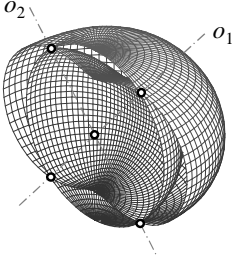
Poslední úprava těchto vzorců se dostane s využitím zákona lomu  $\sin \alpha = n \sin \beta$  a goniometrických součtových vzorců.




---

Fresnelovy amplitudy pro rovnoběžnou polarizaci  $E^\parallel$  a kolmou polarizaci  $H^\parallel$ , to zároveň odpovídá transverzálně-magnetickému poli zkratkou TM poli.

---

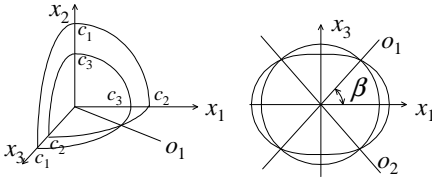



---

Řez normálovou dvojplochou dvouosého krystalu a jeho normálové osy  $o_1$  a  $o_2$ .

---

Normálovou dvojplochu  $f(c) = 0$  je obtížné namalovat, zobrazíme si proto pouze hlavní řezy dvojplochy. V rovině  $x_1x_2$  dostaneme z normálové plochy ovál  $n_1^2c_2^2 + n_2^2c_1^2 = c^2$  a větší kružnici  $c = c_3$ . V rovině  $x_2x_3$  dostaneme podobně ovál  $n_2^2c_3^2 + n_3^2c_2^2 = c^2$  a menší kružnici  $c = c_1$ . Konečně pouze v rovině  $x_1x_3$  dostaneme z normálové plochy ovál  $n_1^2c_3^2 + n_3^2c_1^2 = c^2$  a kružnici  $c = c_2$ , které se protínají ve směrech  $\pm\beta$ , tj. ve směru binormál  $o_1$  a  $o_2$ .




---

Řez normálovou plochou a optické osy.

---

Nyní ukážeme, že obě polarizace  $\mathbf{D}'$  a  $\mathbf{D}''$  příslušející stejnému normálovému směru  $\mathbf{n}$  a rychlostem  $c' \neq c''$  jsou vzájemně kolmé. Využijeme přitom vztahu (2.21), podle něhož platí

$$\mathbf{E}' - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}') \mathbf{n} = \mu_0 c'^2 \mathbf{D}' \quad \text{a} \quad \mathbf{E}'' - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}'') \mathbf{n} = \mu_0 c''^2 \mathbf{D}''.$$

První rovnici skalárně vynásobíme  $\mathbf{D}''$  a druhou  $\mathbf{D}'$  a odečteme je od sebe, tak dostaneme

$$\mathbf{E}' \cdot \mathbf{D}'' - \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{D}' = \mu_0 (c'^2 - c''^2) \mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}'',$$

protože  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}' = 0$  a  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}'' = 0$ . Levá strana rovnice je však rovna nule, díky symetrii tenzoru permitivity totiž platí  $\mathbf{E}' \cdot \mathbf{D}'' = E'_i \varepsilon_{ik} E''_k = \mathbf{D}' \cdot \mathbf{E}''$ , takže pro  $c' \neq c''$  musí být

$$\mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}'' = 0.$$

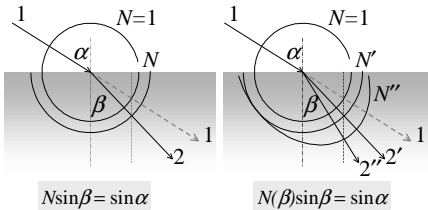
Dokázali jsme tedy, že obě vlny šířící se stejným směrem  $\mathbf{n}$  mají vzájemně kolmé polarizace  $\mathbf{D}'$  a  $\mathbf{D}''$ . Pouze v případě  $c' = c''$ , tj. při šíření světelné vlny ve směru optické osy, mohou být polarizace paprsků libovolné, stejně jako v izotropním prostředí.

### 2.8.3 Indexová plocha a Descartova konstrukce

S použitím **hlavních indexů lomu**  $N_i = c_0/c_i$  a aktuálního indexu lomu  $N = c_0/c$  vlny, lze Fresnelovu podmínku (2.23) přepsat také do tvaru

$$\sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2 n_i^2}{N^2 - N_i^2} = 0.$$

Plochu, kterou dostaneme tak, že v každém směru  $\mathbf{n}$  vyneseme vektor délky  $N$ , nazýváme **indexovou plochou**. Podobně plochu, kterou dostaneme tak, že v každém směru  $\mathbf{n}$  vyneseme vektor délky  $k = \omega/c = \omega N/c_0$ , nazýváme  **$k$ -plochou**. Obě plochy jsou si z definice podobné, ale liší se od normálové plochy.



**Descartova konstrukce** lomené vlny do izotropního (vlevo) a anizotropního krystalu (vpravo). Z vlny 1 se stanou dvě vlny 2' a 2''. Pozor, paprsky zde představují normálové vektory vlnoploch a ty nejsou totožné se směry paprsků.

Indexovou plochu i  $k$ -plochu můžeme použít ke konstrukci lomené vlny pomocí **Descartovy konstrukce** s využitím skutečnosti, že tečné složky vlnového vektoru  $\mathbf{k} = \omega \mathbf{n}/c = \omega N \mathbf{n}/c_0$ , a tedy i vektoru  $N \mathbf{n}$  se při lomu světla do krystalu zachovávají. Zákon lomu má tedy stále tvar  $k_0 \sin \alpha = k \sin \beta$  neboli

$$N_0 \sin \alpha = N(\beta) \sin \beta,$$

ovšem index lomu  $N$  závisí obecně na směru  $\beta$  lomeného paprsku. Jen pro kolmý dopad vlny  $\alpha = 0$  platí  $\beta = 0$  bez ohledu na orientaci krystalu.

### 2.8.4 Paprsková rychlost

V anizotropních krystalech je směr šíření energie obecně jiný než směr šíření vlnoplochy, tj. jiný než normálový vektor  $\mathbf{n}$ . Směr  $\mathbf{p}$  toku energie, a tedy i směr šíření světelných paprsků, určuje obecně **Poyntingův vektor**

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}.$$

Z jeho definice plyne, že je vždy kolmý k vektorům  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$ , resp.  $\mathbf{B}$ . Poyntingův vektor  $\mathbf{P}$  tedy leží ve společné rovině s vektory  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{D}$  a platí

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0 \omega} \mathbf{E} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = \frac{1}{\mu_0 c} [E^2 \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}].$$

Velikost Poyntingova vektoru je  $P = |\mathbf{P}| = EH = cED$  (neboť z první Maxwellovy rovnice plyne  $H = \omega D/k = cD$ ) a jeho směr je dán jednotkovým **paprskovým vektorem**

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{P}}{P} = \frac{E^2 \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}}{\mu_0 c^2 ED}. \quad (2.27)$$

Uvažujme jiné dvě události  $U_1$  a  $U_2$ , první nastala v místě  $x_1$  v čase  $t_1$  a druhá o něco později v místě  $x_2$ , v čase  $t_2 > t_1$  podle pozorovatele v  $\mathcal{S}$ . Pozoruje-li tyto události také jiný pozorovatel v  $\mathcal{S}'$ , který se pohybuje rychlostí  $v$  vůči  $\mathcal{S}$ , pak zjistí, že událost  $U_1$  nastala v okamžiku

$$t'_1 = \gamma \left( t_1 - \frac{v}{c^2} x_1 \right)$$

a událost  $U_2$  nastala v okamžiku

$$t'_2 = \gamma \left( t_2 - \frac{v}{c^2} x_2 \right).$$

Mezi oběma událostmi tedy uběhl čas

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left[ (t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1) \right].$$

Bude-li vzdálenost událostí  $|x_2 - x_1|$  větší než  $c(t_2 - t_1)$ , lze vždy nalézt soustavu  $\mathcal{S}'$  takovou, že v ní může být  $\Delta t'$  jak kladné, tak i záporné, to podle volby rychlosti  $v$ . To ale znamená, že tyto události  $U_1$  a  $U_2$  nemohou mít žádnou příčinnou vazbu. Podle jednoho pozorovatele nastane  $U_1$  před  $U_2$ , podle jiného  $U_2$  před  $U_1$ .

Pouze bude-li  $|x_2 - x_1|$  menší než  $c(t_2 - t_1)$ , bude vždy  $\Delta t' > 0$  a pro všechny pozorovatele nastává událost  $U_1$  před  $U_2$ . Mezi takovými událostmi může být **příčinná vazba** a událost  $U_2$  může být následkem události  $U_1$ . Říkáme, že událost  $U_2$  nastala absolutně později oproti události  $U_1$  nezávisle od pozorovatele a naopak událost  $U_1$  se odehrála absolutně dříve než  $U_2$ . Rychlost

$$v = \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1},$$

s jakou se může šířit příčina události  $U_2$  od  $U_1$  (obecně informace, energie, silové působení ...), je tedy omezena podmínkou

$$|x_2 - x_1| \leq c(t_2 - t_1)$$

a tedy platí

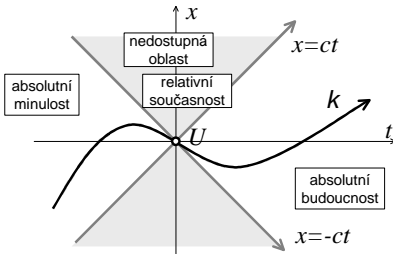
$$v \leq c.$$

Znova jsme tak dokázali, že **jakýkoliv signál se šíří vždy pomaleji než světlo!**

Obecně v časoprostoru vymezuje události, které mají příčinnou vazbu, světelný kužel

$$|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| < c(t_2 - t_1).$$

Je-li  $t_2 > t_1$ , nastala událost  $U_2$  absolutně později než událost  $U_1$ . Všechny události  $U_2$  tvoří **absolutní budoucnost** vzhledem k události  $U_1$ . Podobně všechny události  $U_1$  tvoří **absolutní minulost** vzhledem k události  $U_2$ .



Světelný kužel je v rovině  $x, t$  určen přímkami  $x = \pm ct$ . Události ležící vpravo od události  $U = (0, 0)$  představují absolutní budoucnost, události ležící vlevo představují absolutní minulost. Události v šedých sektorech nemají příčinou vazbu na událost  $U$ . Žádná reálná částice se do nich z bodu  $U$  nemůže dostat. Křivka  $\mathcal{K}$  představuje světočáru reálné částice.

### 3.3.6 Dilatace času

I pojmy jako dilatace času a kontrakce délek je možno pohodlně vyvodit z Lorentzovy transformace. Mějme v počátku  $\mathcal{S}'$  hodiny  $H$ , které jsou zde v klidu a ukazují zároveň vlastní čas  $t' = \tau$ . Protože  $\mathcal{S}'$  se pohybuje rychlostí  $v$  vzhledem k  $\mathcal{S}$ , je poloha hodin určena trajektorií  $x = vt$ . Čas  $t'$ , který ukazují hodiny v  $\mathcal{S}'$  je podle Lorentzovy transformace roven

$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x \right) = \gamma \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) t = \frac{t}{\gamma} \leq t$$

a je tedy menší než čas  $t$ , který mezitím uběhl na hodinách klidných v  $\mathcal{S}$ . **Vlastní čas**  $t' = \tau$  na hodinách pohybujících se spolu se soustavou  $\mathcal{S}'$  běží pomaleji než čas  $t$ , který naměří jakýkoli jiný pozorovatel  $\mathcal{S}$  na svých hodinách. Událost, která probíhá v pohybující se soustavě  $\mathcal{S}'$ , kde trvá jen dobu  $\tau$ , trvá vzhledem k hodinám pozorovatele  $\mathcal{S}$  vždy delší dobu

$$t = \gamma \tau = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

a proto hovoříme o **dilataci** (prodloužení) času.

Stejně tak jsme mohli použít obrácenou transformaci (3.5). Protože hodiny  $H$  jsou v  $\mathcal{S}'$  v klidu, je  $x' = 0$  a z (3.5) plyne přímo

$$t = \gamma t' = \gamma \tau.$$

### 3.3.7 Kontrakce délky

Mějme tyč délky  $L_0$  v pohybující se soustavě  $\mathcal{S}'$ . Jeden její konec necht' má souřadnice  $x'_1 = 0$  a druhý  $x'_2 = L_0$ . Délka měřená v klidové inerciální soustavě se nazývá **vlastní** nebo **klidová délka**. Délka pohybující se tyče je v soustavě  $\mathcal{S}$  definována jako rozdíl souřadnic obou konců tyče  $L = x_2 - x_1$ , kde  $x_1$  a  $x_2$  jsou souřadnice konců tyče v libovolný, ale stejný okamžik  $t$ . Z Lorentzovy transformace plynou pro okamžité souřadnice obou konců tyče vztahy

$$x'_1 = \gamma(x_1 - vt) \quad \text{a} \quad x'_2 = \gamma(x_2 - vt).$$

Po odečtení obou rovnic máme

$$x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1).$$

Protože délka tyče, kterou naměříme v  $S'$ , je zřejmě podle zadání  $L_0 = x'_2 - x'_1$ , platí

$$L_0 = \gamma L \geq L,$$

takže

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \leq L_0.$$

Délka  $L$ , kterou naměříme u pohybuující se tyče, je vždy větší než vlastní klidová délka tyče  $L_0$ , a proto hovoříme o **kontrakci** (tj. zkrácení) tyče při pohybu.

### 3.3.8 Časoprostorový interval

V obyčejném prostoru zůstávají při různých transformacích souřadnic (translace, rotace, zrcadlení) vzdálenosti mezi body neměnné, říkáme **invariantní**. Vzdálenost mezi body  $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$  a  $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$  se přitom spočte podle Pythagorovy věty

$$\Delta l^2 = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2.$$

Jak však již víme, v teorii relativity se při Lorentzově transformaci souřadnic mění jak délky, tak i časové intervaly. Přesto existuje jeden velmi důležitý invariant, který zůstává neměnný i při relativistických transformacích. Nazývá se **časoprostorový interval** nebo stručně jen **interval** a je pro dvě události  $(\mathbf{r}_1, t_1)$  a  $(\mathbf{r}_2, t_2)$  definován vztahem

$$\Delta s^2 = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2 - c^2 (t_2 - t_1)^2. \quad (3.10)$$

Časoprostorový interval je **invariant**, jeho hodnota je proto pro dvě libovolné události stejná ve všech inerciálních soustavách. Je to možno dokázat přímo tak, že dosadíme Lorenzovy transformace (3.4) do definice intervalu (3.10) a po úpravě skutečně dostaneme

$$(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)^2 - c^2 (t'_2 - t'_1)^2 = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2 - c^2 (t_2 - t_1)^2,$$

neboli

$$\Delta s'^2 = \Delta s^2 = \text{inv.}$$

Pro dvě příčinné události platí  $\Delta s^2 < 0$ . Odpovídající imaginární interval  $\Delta s$  se také nazývá **časupodobný interval**. Pro dvě kauzálně nesouvisející události je naopak  $\Delta s^2 > 0$ . Příslušný interval  $\Delta s$  je reálný a nazývá se **prostorupodobný interval**. Konečně dvě události, které spojuje světelný signál, mají interval roven nule  $\Delta s = 0$ .



# Kapitola 4

## Molekulová optika

### 4.1 Absorpce a disperze světla

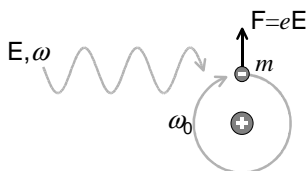
Doposud jsem vysvětlovali optické jevy fenomenologicky, vlastnosti prostředí popisovaly vhodné konstanty nebo funkce (index lomu, permitivita, permeabilita apod.) dané experimentálně a prostředí bylo považováno za spojité prostředí. Teprve mikroskopická teorie na úrovni molekul a atomů nám může pomoci vysvětlit mechanismus jednotlivých optických jevů a objasnit spektrální vlastnosti fenomenologických parametrů. Úplný popis těchto jevů přináší až kvantová fyzika, která však již přesahuje rámec této učebnice. My se zde proto omezíme pouze na klasický popis interakce světla a atomů.

#### 4.1.1 Klasická teorie absorpce

Základní představu o mechanismu absorpce světla dostaneme z jednoduchého modelu atomu jako tlumeného harmonického oscilátoru. Na elektron působí elektrická síla  $F = -eE$ , kde  $-e$  je elektrický náboj elektronu a  $E = E_0 e^{i\omega t - ikx}$  je elektrická intenzita světelné vlny. Pokud se elektron nachází v místě  $x = 0$  a světelná vlna je polarizována ve směru osy  $y$ , bude zde elektrické pole kmitat jako  $E = E_0 e^{i\omega t}$  a pohybová rovnice elektronu o hmotnosti  $m$  vázaného v atomu bude mít tvar

$$\ddot{y} + 2\gamma\dot{y} + \omega_0^2 y = -\frac{e}{m} E_0 e^{i\omega t},$$

kde  $\omega_0$  značí vlastní frekvenci kmitů elektronu v atomu a  $\gamma$  součinitel tlumení.



---

Elektron kmitá kolem jádra s vlastní frekvencí  $\omega_0$ . Pak jej rozkmitá harmonická světelná vlna  $\mathbf{E}$  o frekvenci  $\omega$  silou  $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$ .

---

Předpokládáme harmonické řešení  $y = y_0 e^{i\omega t}$  pohybu elektronu; po dosazení do pohybové rovnice snadno dostaneme řešení

$$y = -\frac{eE}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega}.$$

Okamžitý absorbovaný výkon najdeme jako součin budící síly  $F = -eE$  a rychlosti elektronu  $\dot{y} = i\omega y$ , pro střední elektronem absorbovaný světelný výkon  $\mathcal{P} = \langle Fv \rangle = \langle F\dot{y} \rangle$  tedy máme

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(F^* \dot{y}) = \frac{e^2 E_0^2}{2m} \operatorname{Re} \frac{i\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega} = \frac{e^2 E_0^2}{2m} \frac{2\gamma\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}.$$

Protože Poyntingův vektor je

$$P_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2,$$

kde  $\varepsilon_0$  je permitivita vakua a  $c$  rychlost světla ve vakuu, bude **účinný průřez absorpce elektronu** roven

$$\sigma(\omega) = \frac{\mathcal{P}}{P_0} = \frac{e^2}{\varepsilon_0 mc} \frac{2\gamma\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}.$$

Pro malé frekvence  $\omega \ll \omega_0$  a naopak pro velké frekvence  $\omega \gg \omega_0$  je účinný průřez dobře aproximován vzorcí

$$\sigma \approx \frac{e^2}{\varepsilon_0 mc} \frac{2\gamma\omega^2}{\omega_0^4}, \quad \text{resp.} \quad \sigma \approx \frac{e^2}{\varepsilon_0 mc} \frac{2\gamma}{\omega^2}.$$

V okolí absorpční čáry  $\omega \approx \omega_0$  zase můžeme nahradit výraz  $\omega_0^2 - \omega^2$  výrazem  $2\omega(\omega_0 - \omega)$ , takže pak platí dobře aproximace

$$\sigma(\omega) \approx \frac{e^2}{\varepsilon_0 mc} \frac{1}{2} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}.$$

Účinný průřez absorpce atomu dosahuje maxima

$$\sigma_{\max} = \frac{e^2}{\varepsilon_0 mc} \frac{1}{2\gamma}$$

pro rezonanční kmitočet  $\omega = \omega_0$ , takže platí

$$\sigma(\omega) = \sigma_{\max} \frac{\gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} = \sigma_{\max} \pi \gamma g(\omega).$$

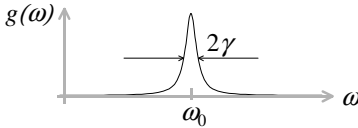
Spektrální závislost absorpce tedy odpovídá **lorentzovskému spektru** s normovaným profilem čáry

$$g(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2},$$

pro který platí z definice

$$\int g(\omega) d\omega = 1.$$

Rezonanční kmitočet  $\omega_0$  určuje polohu absorpční čáry ve spektru. Protože rozložení o  $\pm\gamma$  od rezonance  $\omega_0$  dává pokles intenzity čáry na polovinu  $g(\omega_0 \pm \gamma) = \frac{1}{2}g(\omega_0)$ , nazývá se  $\gamma$  **pološířka** a  $2\gamma$  **šířka spektrální čáry**.




---

Lorentzovský profil  $g(\omega)$  spektrální čáry  $\omega_0$  o šířce  $2\gamma$ .

---

Pokud má použité světlo ploché spektrum, platí dobře odhad  $P(\omega) \approx P(\omega_0)$ , a jedním elektronem absorbovaný výkon bude proto roven integrálu

$$\mathcal{P} = \int_0^\infty \sigma_{\max} \pi \gamma g(\omega) P(\omega) d\omega = \sigma_{\max} \pi \gamma P(\omega_0) \approx \frac{e^2}{\varepsilon_0 m c} \frac{\pi}{2} P(\omega_0).$$

Absorbovaný výkon  $\mathcal{P}$  tedy dle klasické teorie nijak nezávisí na  $\gamma, \omega_0$ , tj. ani na typu vazby nebo druhu atomu, ale jen na počtu elektronů.

### 4.1.2 Klasická teorie záření

Atom modelujeme harmonickým oscilátorem, ale nevysvětlili jsme zatím, jak si klasická fyzika vysvětluje původ tlumení v takovém oscilátoru? Mechanické tření uvnitř atomu je totiž absurdní představa, proto Planck vysvětlil mechanismus tlumení pomocí brzděného záření elektronu. Z teorie elektromagnetického pole je známo, že částice, která se pohybuje se zrychlením  $a = \ddot{y}$ , vyzařuje elektromagnetické **brzděné záření**, a tím postupně ztrácí svoji energii. Elektronem aktuálně vyzařovaný výkon je přitom roven

$$\mathcal{P} = -\frac{e^2 a^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} = -\frac{e^2 \ddot{y}^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

a současně platí z definice výkonu

$$\mathcal{P} = Fv = F\dot{y}.$$

Spojením obou rovnic najdeme střední brzdňou sílu  $F$  podle Plancka. Práce brzděného záření za jednu periodu  $T$  je rovna

$$A = \int_0^T \mathcal{P} dt = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \int_0^T a^2 dt = \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \int_0^T v \dot{a} dt,$$

neboť integrace per-partes dává

$$\int_0^T a^2 dt = [va]_0^T - \int_0^T v \dot{a} dt = -\int_0^T v \dot{a} dt$$

a člen  $[va]_0^T = 0$  vymizí díky vhodné volbě integračních mezí. Současně platí také

$$A = \int_0^T \mathcal{P} dt = \int_0^T Fv dt,$$

takže porovnáním obou integrálů vyjde pro střední brzdnu sílu vzorec

$$F \approx \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \dot{a} \approx \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{y}.$$

Všimněte si, že brzdící síla závisí na třetí časové derivaci výchylky  $y$ , tedy na derivaci zrychlení  $\dot{a}$ .

Pokud se omezíme jen na malá tlumení, bude elektron kmitat nadále téměř nerušeně na vlastním kmitočtu  $\omega_0$  oscilátoru, takže  $y \approx y_0 e^{i\omega_0 t}$  a proto můžeme psát  $\ddot{y} \approx -\omega_0^2 \dot{y}$ . Pro brzdnu sílu tak dostaneme konečně výraz

$$F \approx -\frac{e^2 \omega_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \dot{y} \approx -2m\gamma \dot{y}$$

úměrný rychlosti elektronu  $\dot{y}$  a pohybová rovnice bude mít tvar

$$\ddot{y} + 2\gamma \dot{y} + \omega_0^2 y = 0.$$

Elektron bude proto oscilovat kolem rovnovážné polohy podle předpisu

$$y \approx y_0 e^{-\gamma t} e^{i\omega_0 t},$$

takže jeho energie bude klesat jako  $e^{-2\gamma t}$  a emisní čára bude mít lorentzovský profil (plyne z Fourierovy transformace funkce  $y(t)$ )

$$g(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2}.$$

**Součinitel přirozeného tlumení** elektronu je tedy podle klasické fyziky roven výrazu<sup>1</sup>

$$\gamma = \frac{e^2 \omega_0^2}{12\pi\epsilon_0 m c^3}.$$

Například pro světlo 550 nm odtud vychází numericky přirozená šířka emisní čáry  $2\gamma \approx 8 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$  ( $\Delta\lambda \approx \gamma\lambda^2/\pi c \approx 10^{-5} \text{ nm}$ ), což je v dobré shodě s běžně pozorovanými přirozenými šířkami emisních čar. Současně je zřejmé, že kvalita atomového oscilátoru bude vysoká  $Q = \omega_0/\gamma \approx 10^7$ , elektron tedy vykoná milióny oscilací, než vyzáří veškerou energii, třebaže to bude trvat z našeho pohledu jen po krátkou dobu

$$\tau = \frac{1}{2\gamma} \approx 10^{-8} \text{ s}$$

<sup>1</sup> Pomocí klasického poloměru elektronu  $r_e$  lze také psát  $\gamma = r_e \omega_0^2/3c$  nebo  $\gamma = 4\pi^2 c r_e/3\lambda_0^2$ .

zvanou **střední doba života** excitovaného atomu.

Pokud dosadíme do vzorce pro rezonanční účinný průřez absorpce atomu naše  $\gamma$ , dostaneme

$$\sigma_{\max} = \frac{e^2}{\varepsilon_0 mc} \frac{1}{2\gamma} = 6\pi \frac{c^2}{\omega_0^2} = \frac{3}{2\pi} \lambda^2,$$

tedy odhad  $\sigma_{\max} \approx 1.4 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ , takže odpovídající součinitel absorpce bude vysoký  $\alpha = N_0 \sigma_{\max} \approx 10^{12} \text{ m}^{-1}$  i pro plyn za normálního tlaku  $N_0 \approx 10^{25} \text{ m}^{-3}$ . Mimo rezonanci však účinný průřez rychle klesá řádově o faktor  $\gamma^2 / (\omega - \omega_0)^2$ , tedy pro rozladění o  $\Delta\lambda \approx 1 \text{ nm}$  dostaneme  $\omega - \omega_0 \approx 10^{13} \text{ s}^{-1}$  a  $\gamma^2 / (\omega - \omega_0)^2 \approx 10^{-10}$  a tedy rozumné  $\alpha = N_0 \sigma \approx 10^2 \text{ m}^{-1}$ , tj. světlo se utlumí na dráze jednoho centimetru.

### 4.1.3 Tlak záření

Ukážeme nyní, že i tlak záření je možno odvodit na základě elementárních představ molekulové optiky. Předpokládejme opět rovinnou elektromagnetickou vlnu

$$\mathbf{E} = E\mathbf{e}_y = \mathbf{e}_y E_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

šířící se rychlostí  $c$  ve vakuu ve směru osy  $x$  a polarizovanou ve směru osy  $y$ . Vlna dopadá kolmo na povrch materiálu obsahujícího vázané elektrony. Na elektron tak působí elektrická síla  $\mathbf{F}_E = -e\mathbf{E}$ , která uvede elektron do kmitavého pohybu  $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_y$  ve směru osy  $y$ , ale nevede sama ještě ke vzniku tlaku záření. Podívejme se proto i na vliv přidružené magnetické složky  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z = E\mathbf{e}_z/c$  stejné elektromagnetické vlny na elektron. Magnetické pole vlny má směr osy  $z$  a vytváří Lorentzovu sílu

$$\mathbf{F}_M = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -evB\mathbf{e}_x$$

působící ve směru osy  $x$  a dává tedy možnost vysvětlit původ tlaku. Pro velikost magnetické síly působící na jediný elektron platí

$$\mathbf{F}_M = -evB\mathbf{e}_x = -\frac{evE}{c}\mathbf{e}_x,$$

přítom pro elektronem absorbovaný výkon světelné vlny (musí vyjít kladný) platí současně

$$\mathcal{P} = \mathbf{F}_E \cdot \mathbf{v} = -evE \geq 0,$$

takže

$$\mathbf{F}_M = \frac{\mathcal{P}}{c}\mathbf{e}_x.$$

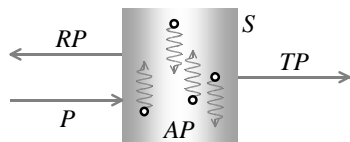
Tím je zřejmé, že směr magnetické síly  $\mathbf{F}_M$  a hledaného tlaku záření splývá se směrem vektoru  $\mathbf{e}_x$ , tj. osy  $x$  nebo směru šíření světelné vlny.

Uvažujme nyní tenkou destičku průřezu  $S$  obsahující  $N$  vázaných elektronů. Na destičku necht' dopadá kolmo záření o intenzitě  $P$ . Pokud se část  $AP$  tohoto

výkonu absorbuje elektrony a zbylá část  $TP = (1 - A)P$  destičkou projde, bude výkon absorbovaný destičkou roven  $APS$ , ale současně se musí rovnat součinu  $NP$ , kde  $\mathcal{P}$  značí výše odvozený absorbovaný výkon jedním elektronem. Platí tedy vztah  $APS = NP$ , a proto bude tlak záření na destičku obsahující  $N$  elektronů roven

$$p = \frac{NF_M}{S} = \frac{NP}{cS} = \frac{AP}{c} = Aw,$$

protože Poyntingův vektor  $P$  souvisí s hustotou  $w$  elektromagnetické energie světelné vlny známým vztahem  $P = wc$ . Speciálně, pokud se zachytí v neprůsvitné destičce všechno záření, bude  $A = 1$ , takže tlak pak vyjde  $p = w$ .




---

Částečně průhledná destička o průřezu  $S$  propustí z dopadajícího výkonu světla  $P$  část  $TP$ , odrazí část  $RP$  a absorbuje část  $AP$ .

---

Pokud připustíme, že část záření  $RP$  se od destičky také odrazí, přispěje odražené světlo k tlaku záření dokonce dvojnásobným příspěvkem, takže očekávaný tlak záření bude roven

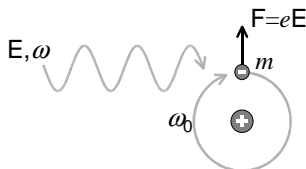
$$p = (A + 2R)w.$$

Pro takovou destičku platí zákon zachování energie ve tvaru  $R + T + A = 1$ . Pro nepropustnou destičku  $T = 0$  platí odtud  $A = 1 - R$ , takže pak bude tlak záření záviset jen na odrazovosti  $R$  vztahem

$$p = (1 + R)w.$$

#### 4.1.4 Klasická teorie disperze

Kde se bere závislost indexu lomu prostředí na vlnové délce? Příčinou je pochopitelně interakce světla s elektrony látky. Protože úplný popis interakce je příliš složitý, omezíme se zde jen na zjednodušený klasický popis disperze. Uvažujme řídký plyn složený z atomů, na které dopadá ve směru osy  $x$  světlo o frekvenci  $\omega$  polarizované ve směru osy  $y$ . Na vybraný elektron v místě  $x = 0$  tedy působí harmonické elektrické pole  $E = E_0 e^{i\omega t}$  světelné vlny a nutí jej ke kmitům o frekvenci  $\omega$  dopadajícího světla. Kdyby žádné světlo na atom nedopadalo, kmital by elektron kolem jádra atomu nerušeně na vlastní frekvenci  $\omega_0$ .




---

Elektron kmitá kolem jádra s vlastní frekvencí  $\omega_0$ , vnější světelná harmonická vlna  $E$  o frekvenci  $\omega$  na něj působí silou  $F = -eE$  a nutí jej konat kmity  $y$  o frekvenci  $\omega$ . Vzniklý dipólový moment elektronu  $p = -ey$  dává vzniknout susceptibilitě  $\chi$  látky, jak je dále vysvětleno v textu.

---

# Kapitola 5

## Fotonová optika

### 5.1 Světlo jako částice

#### 5.1.1 Rayleigh-Jeansův zákon

Na konci devatenáctého století se zdálo, že fyzika již dokáže všechny jevy uspokojivě vysvětlit a že konec teoretické vědy je prakticky na dosah. Mezi několik málo posledních problémů, se kterými si klasická fyzika nevěděla rady, patřila stabilita atomů a záření černého tělesa. Vyřešení těchto problémů si ale vyžádalo totální rekonstrukci celé fyziky a vedlo ve svém důsledku ke vzniku nové **kvantové fyziky**.

Zkoumání spektrálního složení hustoty energie rovnovážného záření v dutině ukázalo, že toto závisí univerzálně pouze na teplotě stěn dutiny, ale nezáviselo již nijak na optických nebo chemických vlastnostech povrchu stěn dutiny. Experimentátoři postupně zpřesňovali hledanou závislost spektrální hustoty energie  $w(\omega, T)$ , ovšem analytický tvar klasická fyzika nebyla schopna ani po dvaceti letech usilovného bádání poskytnout. Nejbližše se k hledanému zákonu teoreticky přiblížil roku 1900 LORD RAYLEIGH (původním jménem JOHN WILLIAM STRUTT). Později roku 1905 jeho úvahy zpřesnil JAMES HOPWOOD JEANS, proto je jejich model a výsledný zákon, který z něj vyvodili, nazýván Rayleigh-Jeansův. Rayleigh a Jeans vyšli z představy rovnovážného elektromagnetického záření uzavřeného v krychlové dutině s dokonale odraznými stěnami o rozměrech  $L \times L \times L$ . V takové dutině se mohou vytvořit jen stojatá vlnění, která splňují podmínky

$$k_x L = \pi m_x, \quad k_y L = \pi m_y, \quad k_z L = \pi m_z,$$

kde  $m_x, m_y$  a  $m_z$  jsou celá čísla  $0, 1, 2, \dots$ . Frekvence módu je daná disperzní relací

$$\omega = ck = \frac{\pi c}{L} \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2},$$

kteřá plyne z vlnové rovnice. Přiřadíme-li nezáporným celým číslům  $(m_x, m_y, m_z)$  geometrický význam souřadnic bodů  $M$ , pak tyto body  $M$  tvoří pravidelnou nekonečnou krychlovou mříž bodů v prvním oktantu prostoru. Každý bod  $M$  předsta-

vuje jednu možnou kombinaci módoých čísel  $(m_x, m_y, m_z)$ , jednu variantu prostorové vlny, jeden elektromagnetický mód. Najdeme počet módů  $N(\omega)$  světla o kmitočtu menším než  $\omega$ , tj. počet bodů  $M$  ležících uvnitř prvního oktantu koule o poloměru  $m = \omega L / \pi c = 2L / \lambda$ . Protože rozměry dutiny  $L$  jsou mnohem větší než vlnová délka  $\lambda$  zkoumaného záření, bude poloměr uvažované koule  $m$  velký a počet  $N(\omega)$  bodů  $M$  hodně vysoký. Počet bodů  $M$ , které leží v prvním oktantu omezeném poloměrem  $m$ , najdeme přibližně jako osminu objemu koule o poloměru  $m$ , takže platí

$$V(m) = \frac{1}{8} \frac{4\pi m^3}{3} = \frac{\pi m^3}{6}.$$

Protože na každý bod  $M$  připadá jednotkový objem, určuje objem  $V$  zároveň i absolutní počet módů  $N(\omega)$ , které mají frekvenci menší než

$$\omega = ck = \frac{\pi cm}{L}.$$

Platí tedy

$$N(\omega) = V(m) = \frac{\pi m^3}{6} = \frac{\omega^3 L^3}{6\pi^2 c^3} = \frac{\omega^3 V}{6\pi^2 c^3},$$

kde  $V = L^3$  je objem dutiny. Nesmíme zapomínat, že elektromagnetické záření je příčným vlněním a každému vlnovému vektoru přísluší vždy dva nezávislé polarizační módy, proto je třeba poslední výsledek ještě vynásobit dvěma, takže reálný počet módů v dutině je

$$N(\omega) = \frac{\omega^3 V}{3\pi^2 c^3}.$$

Počet možných stojatých vln (módů) s frekvencemi padnouchými do úzkého intervalu  $\omega$  až  $\omega + \Delta\omega$  je roven

$$\Delta N = N(\omega + \Delta\omega) - N(\omega) \approx \frac{V}{\pi^2 c^3} \omega^2 \Delta\omega.$$

Jestliže střední energii jednoho módu označíme  $\langle \varepsilon(\omega) \rangle$ , pak **objemová spektrální hustota energie** rovnovážného tepelného záření v dutině vychází

$$w(\omega, T) = \frac{\Delta E}{V \Delta\omega} = \frac{\Delta N}{V \Delta\omega} \langle \varepsilon(\omega) \rangle = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \langle \varepsilon(\omega) \rangle. \quad (5.1)$$

Klasická fyzika předpovídá z **ekvipartičního teorému** pro střední energii módu hodnotu

$$\langle \varepsilon(\omega) \rangle = k_B T$$

nezávisle na frekvenci  $\omega$ , a proto Rayleigh a Jeans dostali pro spektrální hustotu energie tepelného záření teoretický výraz

$$w(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} k_B T,$$



který představuje **Rayleigh-Jeansův zákon**. Poznamenejme ještě pro úplnost, že  $k_B$  zde značí **Boltzmannovu konstantu** a  $T$  absolutní teplotu dutiny.

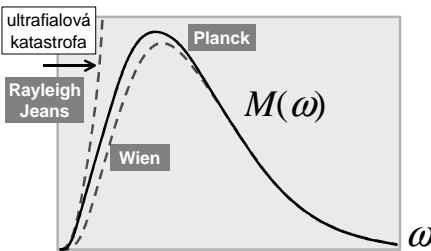
Protože pro ustálené izotropní záření v dutině platí

$$M_0 = \frac{1}{4}cw,$$

vychází pro **spektrální intenzitu vyzařování** černého tělesa z klasické fyziky výsledek

$$M_0(\omega) = \frac{\omega^2}{4\pi^2c^2}k_B T,$$

který se nazývá **Rayleigh-Jeansův zákon**.




---

Porovnání spektrální intenzity vyzařování  $M(\omega)$  černého tělesa podle Rayleigh-Jeans, Plancka a Wiena.

---

Rayleigh-Jeansův zákon neobsahuje žádné nové parametry, splňuje dokonce i Wienův předpis z roku 1893

$$w(\omega, T) = \omega^3 f(\omega/T), \quad (5.2)$$

rozchází se však zásadně s experimentálními daty a nemůže být proto hledaným zákonem. Měření ukazují, že Rayleigh-Jeansův vzorec dává dobré předpovědi pouze pro malé frekvence a naprosto selhává pro střední a vyšší frekvence, pro něž spektrální výkon v rozporu s experimentem i se zdravým rozumem roste bez omezení. Odchylka od skutečného průběhu slunečního spektra klesne pod 10 % až pro  $\lambda > 12 \mu\text{m}$ , tj. až v dlouhovlnné oblasti infračerveného spektra. V populární literatuře je neúspěšný Rayleigh-Jeansův zákon nechvalně znám jako *ultrafialová katastrofa*. Nicméně odvození Rayleigh - Jeansova zákona je podle pravidel klasické fyziky naprosto korektní a selhání tohoto zákona představuje **selhání celé klasické fyziky** při snaze o popis fyziky tepelného záření. Řešení přinesla až kvantová fyzika.

### 5.1.2 Planckův zákon

Zásadní problém s tepelným zářením se snažil vyřešit i MAX PLANCK. Planck věděl, že v krátkovlnné oblasti spektra popisuje tepelné záření velmi dobře experimentální Wienův zákon, zatímco v dlouhovlnné oblasti spektra zase funguje lépe teoretický Rayleigh-Jeansův zákon. Nejprve se Planckovi podařilo roku 1900 metodou pokusu

a omylu oba vzorce spojit do jednoho, a tak šťastnou náhodou uhodnout správný vzorec

$$M_0(\omega) = \frac{c_1 \omega^3}{\exp(c_2 \omega/T) - 1},$$

který kombinoval výhody obou tehdy známých teoretických vzorců, a navíc neuvěřitelně přesně odpovídal naměřeným datům v celém spektru. Když Planck již věděl, jaký vzorec má najít, usilovně hledal, jak by jej teoreticky zdůvodnil. Překvapivě se mu to dařilo pouze za velmi podivného a nepochopitelného předpokladu, totiž že energie módu světelné vlny nemůže být libovolná a spojitá, ale pouze určitá a diskrétní. Pouze totiž pokud Planck předpokládal, že energie módu může nabývat jen energie rovné celočíselnému násobku určitého kvanta energie  $\varepsilon$ , tedy když předpokládal

$$\varepsilon_n = n\varepsilon,$$

pak podle **Boltzmannova rozdělení**  $p_n = N \exp(-\varepsilon_n/kT)$ , kde  $N$  je normovací konstanta, vychází střední energie módu

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n p_n$$

rovna tolik potřebnému výrazu

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon \exp(-n\varepsilon/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\varepsilon/k_B T)} = \frac{\varepsilon}{\exp(\varepsilon/k_B T) - 1}.$$

Budeme-li ovšem energii kvanta  $\varepsilon \rightarrow 0$  zmenšovat, dostaneme opět klasický výsledek  $\langle \varepsilon \rangle = k_B T$ , který vede na nežádoucí ultrafialovou katastrofu. Planck proto musel kvantum energie  $\varepsilon$  ponechat v rozporu pravidly klasické fyziky konečné a nemulové. Tak se vlastně do fyziky dostalo **kvantum**, nejmenší nedělitelné množství zářivé energie, které dalo později celé kvantové fyzice jméno. Odtud již po dosazení za  $\langle \varepsilon \rangle$  do vzorce (5.1) vyjde pro spektrální hustotu energie vzorec

$$w(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/k_B T} - 1}.$$

Aby byl zároveň splněn i Wienův předpis (5.2) musel Planck dále předpokládat, že energie kvanta  $\varepsilon$  je úměrná frekvenci  $\omega$ , konstantu úměrnosti označil  $\hbar$ , a tak vznikl slavný **Planckův vzorec** pro energii elementárního kvanta záření

$$\varepsilon = \hbar \omega.$$

Touto cestou se do fyziky dostala **Planckova konstanta**<sup>1</sup>  $\hbar \approx 1.05457267 \times 10^{-34}$  Js. Planckova konstanta hraje důležitou roli nejen v teorii záření, ale doslova v celé kvantové fyzice, a proto patří mezi **základní fyzikální konstanty**.

<sup>1</sup>Často se konstanta  $\hbar$  nazývá **Dirakova konstanta** nebo *škrtnutá* Planckova konstanta, zatímco jako **Planckova konstanta** se označuje historicky starší konstanta  $h = 2\pi\hbar \approx 6.6260755 \times 10^{-34}$  Js.

# Index

- aberrace světla, 305, 335
- adaptivní optika, 167
- Airyho disk, 85
- Airyho vzorec, 43
- antireflexní vrstva, 259
- antishlukování světla, 152
  
- Babinetův princip, 93
- balistická hypotéza, 312
- Balmerův vzorec, 442
- Becquerelova rovnice, 409
- bezdifrakční svazky, 111
- blejzovaná mřížka, 92
- bodová rozptylová funkce PSF, 125
- Bohrův model, 441
- Braggova podmínka, 64
- Braggův rozptyl, 416
- Brewsterův uhel, 200
- Brillouinův rozptyl, 419
  
- camera obscura, 96
- Clausius-Mossottiho rovnice, 391
- Comptonův rozptyl, 432
- časoprostor, 321
  - Minkowského, 363
- časová koherence, 135
- Čerenkovovo záření, 94, 439
- čtyřvektor, 365
  
- de Brogliho hypotéza, 442
- difrakce, ohyb, 8
- dilatace času, 323, 339
- disperzní relace, 12, 175, 176
- Dopplerův jev, 329, 368, 434
- druhá harmonická, 410, 412
- dvouosý krystal, 269
  
- Einsteinův vzorec, 428
- ekvivalence
  - hmotnosti a energie, 352, 355
- elektromagnetická vlna, 174
- energie
  - celková, 353
  - klidová, 353
  - relativistická, 352
- experiment
  - Fizeaův, 309
  - Kaufmannův, 317
  - Michelson-Morleyův, 310
  - Trouton-Nobleův, 313
  
- Faradayův jev, 226, 245, 407
- fáze, 12
- fazová destička, kompenzátor, 284
- fázová rychlost, 23
- fluktuace intenzity, 149
- fluorescence, 444, 445
- form-faktor, 91
- fosforescence, 444, 446
- fotoelektrický jev, 427
- foton, 357, 429
- fourierovská optika, 113
- fourierovská spektroskopie, 137
- Fresnel Augustin-Jean, 31
- Fresnelova aproximace, 72
- Fresnelova podmínka, 268
- Fresnelovy amplitudy, 195
- Fresnelovy zóny, 75
- Fresnelův integrál, 77, 79
- funkce přenosu kontrastu MTF, 128
  
- gaussovský svazek, 100
- Gouyova fáze, 101
- grupová rychlost, 23

- Haidingerův snop, 210  
 harmonická vlna, 12  
 Helmholtzova rovnice, 20, 176  
 hmotnost  
     klidová, 347  
     relativistická, 347  
 hmotnostní schodek, 354  
 holografie, 67  
 hraniční podmínky, 171  
 hustota elektromagnetické energie, 177,  
     187  
 hustota hybnosti světla, 181  
 Huygens Christiaan, 9  
 Huygens-Fresnelův princip, 70  
 Hyugensův princip, 4  
  
 impulzní laser, 476  
 indexový elipsoid, 278  
 intenzita světla, 16, 191  
 interference, 14  
 interference na optickém klínu, 39  
 interference na planoparalelní vrstvě,  
     37  
 interference světla, 24  
 interferenční zákon, 17  
 interferometr  
     Fabry-Pérotův, 48  
     Mach-Zehnderův, 46  
     Michelsonův, 44, 310  
     Sagnacův, 46, 343  
     Twyman-Greenův, 45  
 interval  
     časoprostorový, 340  
 invariant  
     relativistický, 327  
 inverze populace, 462  
  
 jednoosý krystal, 269  
 Jonesův vektor, 228  
  
 Kerrův jev, 223, 414  
 Kirchhoffův integrál, 98  
 klasická teorie absorpce, 381  
 klasická teorie disperze, 386  
 klasická teorie záření, 383  
 koherence světla, 133  
  
 koherenční čas, 136, 473  
 koherenční délka, 27, 136, 473  
 koherenční plocha, 139  
 kombinační rozptyl, Ramanův rozptyl,  
     448  
 kompenzátor, 220  
 komplexní amplituda, 19  
 konfokální parametr, 102  
 kónický lom, 276  
 kontrakce délky, 326, 339  
 kontrast, viditelnost, 28  
 korelace intenzit, 147  
 Kramers-Kronigovy relace, 395  
 kruhový dvojlom, 225  
  
 Lambert-Beerův zákon, 401  
 laser, 469  
 laserové chlazení atomů, 439  
 lineární mřížka, 52  
 Lorentz-Lorenzova rovnice, 389  
 Lorentzův faktor, 323, 333  
 luminescence, 443  
 Lummer-Gehrckeho deska, 51  
  
 Malusův zákon, 209  
 Mandelova fotodetekční rovnice, 156  
 Maxwell James Clerk, 170  
 Maxwellovy rovnice, 171  
 Maxwellův efekt, 311  
 Maxwellův tenzor napětí, 183  
 mezní uhel, 201  
 mnohosvazková interference, 42  
 módová selekce, 475  
 módy rezonátoru, 472  
 monochromatické světlo, 13  
  
 nelineární optika, 409  
 Newtonovy kroužky, 40  
 normální spektrum, 54  
 normalová plocha, 268  
  
 odrazivost, 198  
 odrazivost kovů, 257, 394  
 ohyb, difrakce, 8  
 ohyb, Fraunhoferova aproximace, 80  
 ohyb, Fresnelova aproximace, 70

- optická aktivita, 224, 243
- optická funkce přenosu OTF, 126
- optická mřížka, 52
- optická vlákna, 285
- optický izolátor, 227
- optika kovů, 251
- optika krystalů, 266
  
- paprsková plocha, 273
- paprsková rychlost, 272
- paradox dvojčat, 325
- planární vlnovod, 289
- Planckův zákon, 423, 457
- plazmová frekvence, 392
- plošná mřížka, 59
- Pockelsův jev, 223
- pohybová rovnice
  - relativistická, 349
- polarizace
  - eliptická, 208, 211
  - kruhová, 208, 211
  - lineární, 208, 211
  - světla, 208
- polarizace dichroismem, 216
- polarizace dvojlomem, 217
- polarizace lomem, 214
- polarizace odrazem, 214
- polarizační elipsa, 210
- polarizační matice, 232
- polaroid, 216
- polychromatické světlo, 13
- postulát
  - stálé rychlosti světla, 319
- postupná vlna rovinná, 10
- postupná vlna sférická, 11
- Poyntingův vektor, 179
- princip relativity
  - Einsteinův, 319
- princip reverzibility, 488
- princip superpozice, 14, 25
- přirozená šířka čáry, 447
- propustnost, 198
- prostorová disperze, 241
- prostorová koherence, 138
- prostorová mřížka, 62
- prostorové spektrum, 113
  
- ramanovské zesílení, 450
- Ramanův rozptyl, kombinační rozptyl, 448
- Rayleigh-Jeansův zákon, 421
- Rayleighova délka, 101
- Rayleighova vzorec, 401
- reflexní vrstva, 261
- rezonátor, 472
- rovnice paprsku, 22
- rozlišovací mez
  - Rayleighova, 86
  - Sparrowova, 87
- rozptyl světla
  - jako důsledek termálních fluktuací, 401
  - na sférické kapce, 403
  - na vázaných elektronech, 399
  - na volných elektronech, 396
- rychlost světla, 301
- řádný a mimořádný paprsek, 281
  
- Sagnacův jev, 342
- saturace absorpce, 460
- shlukování světla, 152
- skalární aproximace, 10
- současnost, 322
- spekl, 161
- speklová interferometrie, 165
- spin a polarizace, 248
- statistická optika, 145
- stelární interferometr, 144
- stimulovaná emise, 455
- stojaté vlnění, 15
- Stokesovy parametry, 238
- Strehlov poměr, 127
- strhávací koeficient, 337
- studená zrcadla, 261
- stupeň koherence, 140
- stupeň polarizace, 200, 235, 236, 399
- šířka pasu, 102
  
- Talbotův jev, 120
- TE a TM módy, 290, 293
- teorie relativity

- speciální, 318
- tiché světlo, 152
- tlak světla, 181, 183, 185, 186, 434
- tlak záření, 356, 385
- transformace
  - Galileiho, 320
  - Lorentzova, 316, 333
- třetí harmonická, 414
- tunelování světla, 206
  
- událost, 321
- úhel anizotropie, 267
- umělý dvojlom, 223
- úplný odraz, 201
  
- van Cittert-Zernikova věta, 142, 147
- Verdetova konstanta, 409
- viditelnost, kontrast, 28
- vlnová aberace, 125
- vlnová délka, 12
- vlnová rovnice, 10, 173
- vlnový vektor, 12
- výstupní práce , 428
- vzorec pro skládání rychlostí
  - Lorentzův, 333
  
- Wiener-Chinčínova věta, 136
- Wienerův experiment, 192
  
- Young Thomas, 31
- Youngův pokus, 25, 134
  
- zákon
  - lom, 7
  - odrazu, 6
  - zachování elektromagnetické energie, 178
  - zachování hmotnosti, 347
  - zachování hybnosti, 347
- Zeemanův jev, 405
- zesílení světla, 462
- zónová destička, 76